

Herleitung und Implementierung
der Seismic-Image-Wave-Theorie
und Anwendung auf
reflexionsseismische Meßdaten

Diplomarbeit
von
Jürgen Mann

Geophysikalisches Institut
der Universität Karlsruhe

Das Thema wurde von Prof. Dr. P. Hubral gestellt.

Dezember 1997

II

Erklärung

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln verfaßt habe.

Karlsruhe, Dezember 1997

Abstract

This thesis is concerned with the derivation, implementation and application of the seismic image wave theory by Hubral et al. [HTS96]. In this theory, well-known imaging problems are taken as wave propagation phenomena with appropriate propagation variables. The theory is partly generalized to 3D in this thesis. The seismic image wave theory is based on the method of discontinuities by Goldin [Gol90], [Gol89].

Based on straightforward geometrical approaches, image wave equations are derived for four different imaging problems: Post-stack remigration in the time domain, post-stack remigration in the depth domain, migration to zero-offset (MZO) and dip moveout (DMO). The latter two problems are self-explanatory and also called configuration transforms by Hubral et al. [HST96] and Tygel et al. [TSH96]. Post-stack remigration means transforming images migrated with a (possibly wrong) velocity model to a new image corresponding to another (updated) velocity model.

In the present thesis, the derivations are restricted to constant velocity models and the kinematical aspects of the imaging problems. The basic idea is to chain migration and demigration methods to obtain so-called Huygens image waves for the respective imaging problem. This is closely related to the unified approach to 3D seismic reflection imaging by Hubral et al. [HST96] and Tygel et al. [TSH96], where Kirchhoff-type operators are introduced for the mentioned imaging problems.

Using the Huygens image waves, corresponding image wave eikonal equations are derived. I propose four seismic image wave equations which can be shown to yield the mentioned image wave eikonal equations by using ansatzes similar to the well-known zero-order ray approximation. While the proposed MZO and DMO image wave equations are restricted to 2D and were already presented by Hubral et al. [HTS96], the image wave equations for the remigration problems are generalized to 3D.

The imaging problems may now be reformulated as initial value problems (IVP). In the framework of this thesis, these IVP are solved by using semi-explicit finite difference (FD) schemes. The FD schemes and some additional features are implemented and provide the following range of possibilities:

- *2D and 3D remigration in the time and depth domain to higher or lower velocities.*
- *Normal moveout for constant velocity models.*
- *DMO and MZO for an arbitrary number of common-offset gathers.*
- *Stacking of DMO or MZO results.*

IV

The FD schemes are applied to various synthetic and real data sets. Apart from the MZO, which has not yet produced useful results, all imaging problems are successfully solved by this implementation. In particular the remigration in the time domain and the DMO proved very stable.

These methods allow to see the seismic images propagating through the respective domain when changing the respective propagation variable, i. e. offset or velocity. Thus the sensitivity of the images to parameter changes may be observed. Please note that the propagation takes place in fictitious domains and does not correspond to any physical propagation processes. For obvious reasons, these methods are also called velocity and offset continuation, resp.

With remigration, the best image can be selected out of a sequence of many by observing the changes of significant structures in the images, like bow ties or diffraction patterns. Structures of this kind are used to determine an optimum constant migration velocity, i. e. to obtain information on the macro velocity model. Although derived for a constant velocity model, remigration in the time domain also proves applicable to weakly inhomogeneous models with certain restrictions, as is shown for the Marmousi 3D overthrust model.

As remigration in time domain accepts (simulated) zero-offset data associated with the migration velocity $v = 0$, the implemented methods may be chained in order to obtain time-migrated images from pre-stack data by subsequently using NMO, DMO, stack and remigration in the time domain.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die Abbildungsprobleme	1
1.2	Physikalische Wellenausbreitung	2
1.3	<i>Seismic image waves</i>	3
1.4	Gliederung der Arbeit	5
2	Theorie der seismic image waves	7
2.1	Die skalare Wellengleichung	7
2.2	Remigration im Tiefenbereich	8
2.3	Remigration im Zeitbereich	13
2.4	<i>Migration to zero-offset</i> (MZO)	16
2.5	<i>Dip moveout</i> -Korrektur (DMO)	20
3	Diskretisierung und Implementierung	25
3.1	Remigration	25
3.1.1	Finite-Differenzen-Schemata	25
3.1.2	Implementierung	27
3.2	<i>Normal moveout</i> (NMO), DMO und MZO	29
3.2.1	Finite-Differenzen-Schemata	29
3.2.2	Implementierung der NMO-Korrektur	30
3.2.3	Implementierung der DMO und MZO	31

4	Anwendung der Remigration	35
4.1	Synthetischer 2D-Datensatz	35
4.1.1	Remigration im Zeitbereich	36
4.1.2	Remigration im Tiefenbereich	39
4.2	Marmousi 3D <i>overthrust model</i>	43
4.2.1	2D Datensatz	46
4.2.2	Asymmetrischer 3D Datensatz	48
4.2.3	Symmetrischer 3D Datensatz	50
4.3	Datensatz Culmizsch A Profil 1560	50
4.3.1	Akquisition	50
4.3.2	Zeitmigrierter Datensatz	53
5	Anwendung des NMO/DMO/MZO-Programms	59
5.1	Anwendung der NMO/DMO	59
5.1.1	Unverrauschter synthetischer Datensatz	59
5.1.2	Verrauschter synthetischer Datensatz	63
5.2	Anwendung der MZO	65
5.2.1	Unverrauschter synthetischer Datensatz	65
6	Zusammenfassung	71
6.1	Remigration	71
6.2	NMO, DMO und MZO	73
6.3	Ausblick	74
	Abbildungsverzeichnis	75
	Literaturverzeichnis	79
A	Herleitung der FD-Operatoren	83

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	VII
B Glättungsoperator für die MZO	85
C Verwendete Hard- und Software	87
D Danksagung	89

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Herleitung, Implementierung und Anwendung der *seismic image wave theory* von Hubral et al. [HTS96]. Im Rahmen dieser Theorie werden vier bekannte seismische Abbildungsprobleme als Wellenausbreitungsphänomene aufgefaßt. Die Theorie basiert auf der Methode der Diskontinuitäten von Goldin [Gol90], [Gol89].

Dieses Kapitel ist in vier Abschnitte unterteilt: Zuerst werden die behandelten Abbildungsverfahren kurz vorgestellt. Im zweiten Abschnitt werden einige Eigenschaften der physikalischen Wellenausbreitung betrachtet, die im dritten Abschnitt auf die seismischen Abbildungsprobleme übertragen werden. Der letzte Abschnitt schließlich beschreibt die Gliederung der vorliegenden Arbeit.

Zuerst jedoch einige Konventionen: Da für viele verwendete Termini deutsche Ausdrücke kaum oder gar nicht etabliert sind, werden die englischen Bezeichnungen verwendet. Zur besseren Lesbarkeit werden solche Bezeichnungen *kursiv* dargestellt. Hervorhebungen werden in *geneigter* Schrift, die Namen von Programmen und Programmpaketen in *serifenloser* Schrift dargestellt. Rechnerbezeichnungen werden in KAPITÄLCHEN gesetzt. Diese Vereinbarungen kollidieren teilweise mit den Stilparametern in Überschriften und Kopfzeilen und können deswegen leider nicht in allen Fällen angewendet werden. Die Abkürzungen 1D, 2D und 3D sind je nach Zusammenhang als Adjektive („zweidimensional“) oder Substantive mit Zahlwort („zwei Dimensionen“) zu verstehen.

1.1 Die Abbildungsprobleme

In der vorliegenden Arbeit werden vier verschiedene Abbildungsprobleme betrachtet, die Remigration im Tiefenbereich, die Remigration im Zeitbereich, die *migration to zero-offset* (MZO) und die *dip moveout*-Korrektur (DMO). Die beiden Remigrationsprobleme werden dabei auf *post-stack*-Daten angewendet, während die beiden anderen Abbildungsprobleme

auf *pre-stack*-Daten angewendet werden.

Die Remigration im Tiefen- oder Zeitbereich dient zur Transformation eines mit einem (möglicherweise falschen) Geschwindigkeitsmodell tiefen- oder zeitmigrierten Abbilds in ein neues migriertes Abbild, das mit einem anderen (verbesserten) Geschwindigkeitsmodell korrespondiert. Dabei wird *nicht* auf die ursprünglichen unmigrierten Daten, sondern nur auf das bereits migrierte Abbild zurückgegriffen. Im Zeitbereich ist noch zu erwähnen, daß die Migrationsgeschwindigkeit $v = 0$ mit der (simulierten) *zero-offset section* assoziiert ist.

Die Remigration ist eine Verallgemeinerung der *residual migration* von Rothman et al. [RLR85] und der *cascaded migration* von Larner et al. [LB87]. Diese Verfahren sind auf kleine Veränderungen des Geschwindigkeitsmodells beschränkt, was bei der Remigration nicht der Fall ist. Die von Hubral et al. [HTS96] vorgestellten 2D Gleichungen werden in der vorliegenden Arbeit auf 3D verallgemeinert.

Eine klassische Methode zur Simulation von *zero-offset*-Datensätzen aus *common-offset*-Datensätzen ist die Kaskadierung einer *normal moveout*-Korrektur (NMO) und einer DMO und anschließendem Stapeln der simulierten *zero-offset*-Datensätze. Die NMO korrigiert dabei den Einfluß des *offsets* für horizontale Reflektoren, während geneigte Reflektoren falsch abgebildet werden. Die DMO schließlich berücksichtigt noch den Einfluß der Neigung der Reflektoren auf die Laufzeiten. Die MZO bewirkt dasselbe wie eine Kaskadierung der NMO und der DMO, allerdings in einem einzigen Schritt.

Unter einem *common-offset*-Datensatz ist hier eine Sektion zu verstehen, bei der längs eines geradlinigen Profils gemessen wird. Schüsse und Empfänger liegen dabei immer auf dem Profil. Demzufolge sind die MZO und die DMO reine 2D Probleme. Aus mehreren parallel verlaufenden Profilen kann aber dennoch ein 3D *zero-offset*-Datensatz simuliert werden.

Entsprechend der jeweiligen Propagationsvariablen werden die genannten Verfahren auch als *velocity* bzw. *offset continuation* bezeichnet.

1.2 Physikalische Wellenausbreitung

Die Betrachtung beschränkt sich auf die Ausbreitung von Raumwellen in akustischen Medien. Die Energieausbreitung in einem solchen Medium wird durch eine Wellengleichung, eine lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, beschrieben. Charakterisiert man das Wellenfeld durch den Druck $p(t, \vec{x})$ an allen Orten \vec{x} zur Zeit t , kann die Wellenausbreitung durch Lösen des Anfangswertproblems $p_0 = p(t = t_0, \vec{x}) \rightarrow p = p(t, \vec{x})$ berechnet werden.

Lange bevor die skalare Wellengleichung bekannt war, wurden mit Hilfe einfacher Prinzipien, zu denen das Fermat'sche Prinzip, die Vorstellung von Elementar- oder Huygens-Wellen, Wellenfronten und die Vorstellung von Strahlen gehören, bereits viele Aspekte der

Wellenausbreitung beschrieben.

Für die *seismic image wave theory* ist vor allem die Vorstellung der Huygens-Wellen und Wellenfronten von Bedeutung. Eine Wellenfront beschreibt eine rein kinematische Eigenschaft des Wellenfeldes, nämlich die Lokation einer Diskontinuität im Wellenfeld. Eine Elementar- oder Huygens-Welle ist einfach die von einer Punktquelle ausgehende Welle.

Mit Hilfe von Huygens-Wellen läßt sich die Wellenfront für einen Zeitpunkt t_2 aus der Wellenfront für den Zeitpunkt t_1 konstruieren, indem jeder Punkt auf der bekannten Wellenfront als Quelle einer Huygens-Welle aufgefaßt wird. Die Einhüllende aller Wellenfronten dieser Huygens-Wellen nach der Zeit $t_2 - t_1$ ergibt die gesuchte Wellenfront.

Die Huygens-Welle läßt sich mit Hilfe eines strahlentheoretischen Ansatzes nullter Ordnung oder mit einem Ansatz der Art (2.1) aus der skalaren Wellengleichung ableiten: Es ergibt sich die sogenannte Eikonalgleichung, eine nicht-lineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung, deren Lösung wiederum die Huygens-Welle ist. Umgekehrt kann aus der Huygens-Welle die Eikonalgleichung hergeleitet werden. Das Eikonal ist eine parameterisierte Darstellung einer Wellenfront für einen festen Zeitpunkt t .

1.3 Seismic image waves

Der Übergang zu den *seismic image waves* kann am Beispiel eines der vier Abbildungsprobleme veranschaulicht werden: In Abb. 1.1a sind Schnappschüsse einer Wellenfront für ein homogenes akustisches Medium zu drei verschiedenen Zeitpunkten dargestellt. Der Einfachheit halber wurde dabei von einer Punktquelle ausgegangen. Zum Vergleich sind in Abb. 1.1b verschiedene zeitmigrierte Abbilder ein und desselben Punktes in einer seismischen Sektion für drei verschiedene Geschwindigkeiten dargestellt.

Die verschiedenen Abbilder in Abb. 1.1b werden nun als Wellenfronten eines Propagationsprozesses aufgefaßt. Die Propagationsvariable ist hierbei problemspezifisch, im gezeigten Beispiel ist sie die Geschwindigkeit v . Diese Betrachtungsweise ist rein abstrakt und mit keinem physikalischen Ausbreitungsprozeß verknüpft. Zusätzlich sind in der Abbildung auch die zugehörigen Strahlen (*image wave rays*) dargestellt, die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht benötigt werden.

Wie bereits geschildert, lassen sich die Wellenfronten im Fall des akustischen Mediums gemäß dem Huygens'schen Prinzip konstruieren. Genau dieser Ansatz wird nun auf die seismischen Abbildungsprobleme übertragen: Jeder Punkt auf einem der in diesem Beispiel migrierten Abbilder in Abb. 1.1b, also einer *image wavefront*, für die Geschwindigkeit v_1 , wird als Ausgangspunkt einer Huygens-Welle betrachtet. Die Einhüllende aller Huygens-Wellen nach der „Zeit“ $v_2 - v_1$ ergibt dann die Wellenfront für die Geschwindigkeit v_2 .

Analog kann bei allen genannten Abbildungsproblemen vorgegangen werden. Für die MZO und die DMO ist die entsprechende Propagationsvariable der *offset*. Alle Herlei-

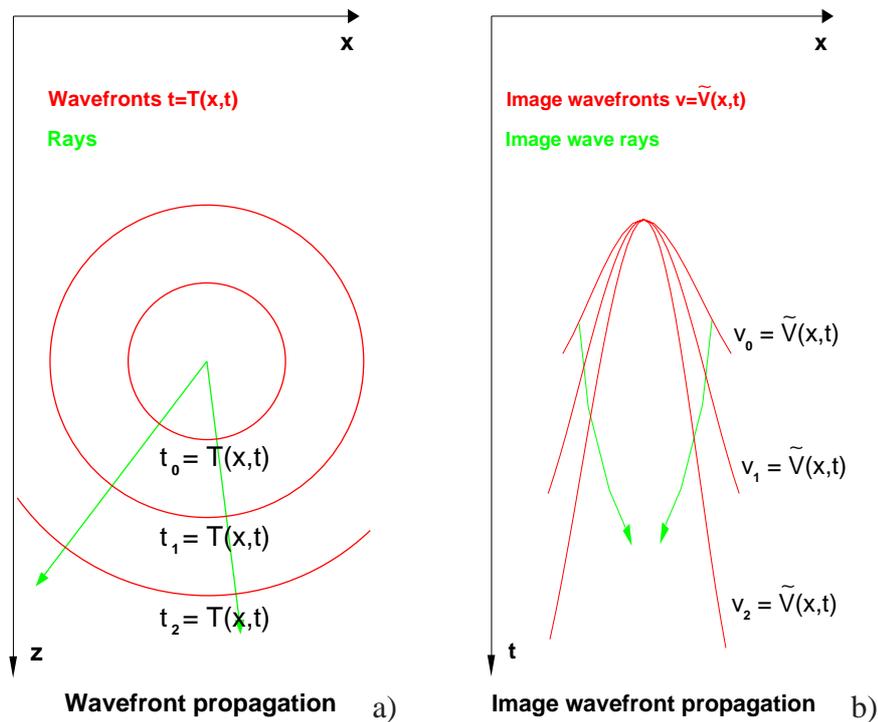


Abbildung 1.1: a) Strahlen und Wellenfronten in einem homogenen akustischen Medium, b) zeitmigierte Abbilder eines Punktes für verschiedene konstante Geschwindigkeiten. Die Wellenfronten sind teilweise nicht vollständig dargestellt.

tungen sind im Rahmen dieser Arbeit auf homogene isotrope Medien beschränkt.

Die Huygens-Wellen für die betrachteten Abbildungsprobleme können durch kaskadierte Anwendung von Migration und Demigration (oder umgekehrt) berechnet werden. Dieser Ansatz entspricht dem *unified approach to 3D seismic reflection imaging* von Hubral et al. [HST96] und Tygel et al. [TSH96]. In den zitierten Artikeln werden Kirchhoff-artige Operatoren für verschiedene seismische Abbildungsprobleme hergeleitet.

Nach Einführung von parameterisierten Darstellungen der *image wavefronts*, der sogenannten Eikonale, werden aus den Huygens-Wellen anschließend die zugehörigen Eikonalgleichungen abgeleitet.

Zur Eikonalgleichung jedes Abbildungsproblems wird jeweils eine Wellengleichung (*image wave equation*) vorgeschlagen. Mit Ansätzen derselben Struktur, wie sie auch bei der Wellenausbreitung in akustischen Medien verwendet werden, wird gezeigt, daß sich aus den vorgeschlagenen Wellengleichungen die hergeleiteten Eikonalgleichungen ergeben.

Dadurch ist sichergestellt, daß zumindest die kinematischen Eigenschaften der behandelten Abbildungsprobleme durch die vorgeschlagenen Wellengleichungen beschrieben werden. Die Abbildungsprobleme können nun mit Hilfe der jeweiligen Wellengleichung als Anfangswertprobleme formuliert werden, die Propagationsvariable ist je nach Abbildungsproblem die Geschwindigkeit oder der *offset*.

Die Anfangswertprobleme werden mittels semi-expliziter Finite-Differenzen-Schemata gelöst. Die darauf basierenden Implementierungen werden schließlich auf verschiedene synthetische und reale Datensätze angewendet. Die Implementierung der DMO und MZO bietet zusätzlich eine NMO-Korrektur und die Möglichkeit, die simulierten *zero-offset sections* zu stapeln.

1.4 Gliederung der Arbeit

Ausgehend von einfachen geometrischen Überlegungen werden in Kapitel 2 die Huygens-Wellen für die vier Abbildungsprobleme berechnet. Mit Hilfe parameterisierter Wellenfronten, der Eikonale, werden daraus die zugehörigen Eikonalgleichungen hergeleitet. Diese Eikonalgleichungen beschreiben die kinematischen Aspekte der Abbildungsprobleme. Schließlich werden für alle Probleme Wellengleichungen vorgeschlagen, die mit einem entsprechenden Lösungsansatz wieder zu den Eikonalgleichungen führen. Zum Vergleich wird auch die skalare Wellengleichung betrachtet.

In Kapitel 3 wird die Diskretisierung und Implementierung dieser Wellengleichungen beschrieben, ebenso wie die Implementierung der NMO und der Stapelung.

Die Anwendung der Remigration im Zeit- und Tiefenbereich auf synthetische und reale Datensätze wird in Kapitel 4 ausführlich dargestellt.

Kapitel 5 behandelt die Anwendung der NMO/DMO und MZO auf verschiedenen synthetische Datensätze.

In Kapitel 6 werden schließlich die Ergebnisse zusammengefaßt.

Kapitel 2

Theorie der seismic image waves

2.1 Die skalare Wellengleichung

Das Prinzip der *seismic image wave*-Verfahren beruht darauf, Abbildungsprobleme mit demselben Formalismus wie beispielsweise die skalare Wellengleichung zu behandeln, obwohl damit kein physikalischer Propagationprozeß verbunden ist.

Dieser Formalismus umfaßt die Vorstellung von Wellenfronten, die als Einhüllende von Elementar- oder Huygens-Wellen aufgefaßt werden können, die ihrerseits wiederum Lösungen der Eikonalgleichung sind. Die Eikonalgleichung, eine nichtlineare partielle Differentialgleichung erster Ordnung, charakterisiert die kinematischen Aspekte der Wellenpropagation. Das Wellenfeld selbst wird durch die Wellengleichung, eine lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, beschrieben.

Während die skalare Wellengleichung auch die dynamischen Eigenschaften des Wellenfelds umfaßt, sind die *seismic image wave*-Methoden im Rahmen dieser Arbeit jedoch auf die rein kinematischen Eigenschaften des Wellenfelds beschränkt.

Um die weitgehende Analogie zwischen physikalischer Wellenausbreitung und den *seismic image waves* zu verdeutlichen, wurde die Eikonalgleichung zur skalaren Wellengleichung mit einem einfachen Lösungsansatz der Art

$$p(\vec{x}, t) = p_0(\vec{x})f[t - T(\vec{x})] \quad (2.1)$$

hergeleitet. $t = T(\vec{x})$ stellt dabei eine propagierende Wellenfront, $p_0(\vec{x})$ die Amplitudenverteilung dar, f ist eine beliebige, glatte Funktion. In Medien mit konstanter Dichte lautet die skalare oder akustische Wellengleichung in drei Dimensionen

$$\nabla^2 p(\vec{x}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(\vec{x}, t), \quad (2.2)$$

wobei v die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb des Mediums ist. Nach Einsetzen des

Ansatzes (2.1) in die Wellengleichung (2.2) ergibt sich

$$f'' p_0 \left[(\nabla T)^2 - \frac{1}{v^2} \right] - f' (2\nabla p_0 \cdot \nabla T + p_0 \nabla^2 T) + f \nabla^2 p_0 = 0. \quad (2.3)$$

Wenn diese Gleichung für beliebige Funktionen f erfüllt sein soll, müßten die Terme mit f'' , f' und f jeweils einzeln verschwinden. Da in den daraus resultierenden drei Gleichungen

$$(\nabla T)^2 - \frac{1}{v^2} = 0, \quad (2.4)$$

$$2\nabla p_0 \cdot \nabla T + p_0 \nabla^2 T = 0 \quad (2.5)$$

und

$$\nabla^2 p_0 = 0 \quad (2.6)$$

nur zwei skalare Funktionen $p_0(\vec{x})$ und $T(\vec{x})$ auftreten, ist das Problem überbestimmt. In einer Hochfrequenzapproximation wird der Term mit f , also Gleichung (2.6), vernachlässigt. Damit verbleiben die sog. Eikonalgleichung (2.4) und die sog. Transportgleichung (2.5).

Während in die Transportgleichung (2.5) das gesamte Wellenfeld p_0 eingeht, treten in der Eikonalgleichung (2.4) keine entsprechenden Terme auf. Sie beschreibt daher nur die kinematischen Eigenschaften der Propagation, nicht hingegen die Amplituden des Wellenfeldes.

In einem homogenen Medium mit $v = \text{const}$ lautet die Lösung der Eikonalgleichung (2.4)

$$t = T(\vec{x}) = t_0 + \frac{|\vec{x} - \vec{x}_0|}{v}. \quad (2.7)$$

Sie beschreibt die Kinematik einer Huygens-Elementarwelle, die sich kugelförmig um den Punkt \vec{x}_0 ausbreitet.

Die beschriebene klassische Methode geht von der bekannten skalaren Wellengleichung (2.2) aus, um über die Eikonalgleichung zu der Huygens-Elementarwelle zu gelangen. Bei den *seismic image waves* hingegen sind die zugehörigen Eikonal- und Wellengleichungen jedoch erst herzuleiten, deshalb muß die Umkehrbarkeit dieser Methode untersucht werden:

Die Eikonalgleichung (2.4) läßt sich aus der Huygens-Elementarwelle (2.7) sehr einfach durch Bildung des Gradienten

$$\nabla T(\vec{x}) = \frac{1}{v} \frac{\vec{x} - \vec{x}_0}{|\vec{x} - \vec{x}_0|} \quad (2.8)$$

herleiten. Quadrieren der Gleichung (2.8), die die durch die Wellenfront $T(\vec{x})$ durchstoßenden Strahlen beschreibt, führt sofort zum gewünschten Ergebnis.

2.2 Remigration im Tiefenbereich

Um eine Eikonalgleichung für die Remigration im Tiefenbereich zu erhalten, wird folgendermaßen vorgegangen: Jeder Punkt (x_0, y_0, z_0) auf einem Reflektor Σ_0 wird mit der

Geschwindigkeit v_0 in den Zeitbereich demigriert, und zwar für die einfachste Aquisitionsgeometrie, die *zero-offset*-Anordnung. Die koinzidenten Schuß- und Empfängerpaare liegen in der Aquisitionsebene $z = 0$ und werden mit den Koordinaten (ξ, η) beschrieben. Im homogenen Modell ergibt sich aus der Geometrie unmittelbar die Laufzeitfläche im Zeitbereich, ein Hyperboloid der Form

$$t(\xi, \eta) = \frac{2}{v_0} \sqrt{(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 + z_0^2}. \quad (2.9)$$

Die Einhüllende der Laufzeitflächen aller Reflektorpunkte (x_0, y_0, z_0) entspricht der *zero-offset*-Laufzeitfläche des Reflektors Σ_0 .

Jeder Punkt $M(\xi, \eta, t)$ auf diesem Hyperboloid (2.9) wird nun mit der neuen Geschwindigkeit $v \neq v_0$ zurück in den Tiefenbereich migriert. Die Isochrone für jeden dieser Punkte ist eine Halbkugel mit dem Radius $vt/2$ um $(\xi, \eta, 0)$:

$$t^2 = \frac{4}{v^2} \left[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \right] \quad (2.10)$$

Die ganze Isochronenschar für alle Punkte auf dem Hyperboloid für einen festen Punkt (x_0, y_0, z_0) ergibt sich durch Quadrieren von (2.9) und anschließendem Gleichsetzen mit der Isochronengleichung (2.10). Man erhält so eine implizite Funktion

$$F(x, y, z, \xi, \eta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 - \frac{v^2}{v_0^2} \left[(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 + z_0^2 \right] = 0, \quad (2.11)$$

die durch den Aquisitionspunkt (ξ, η) parameterisiert wird. Die Einhüllende dieser Kurvenschar wird durch die beiden Bedingungen $\partial F / \partial \xi = 0$ und $\partial F / \partial \eta = 0$ definiert. Daraus ergeben sich die Parameterpaare (ξ, η) , für die F stationär ist:

$$\xi = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{v_0^2}} \left(x - \frac{v^2}{v_0^2} x_0 \right) \quad (2.12)$$

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{v_0^2}} \left(y - \frac{v^2}{v_0^2} y_0 \right) \quad (2.13)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.12) und (2.13) in die implizite Beschreibung der Isochronenschar (2.11) erhält man schließlich die Einhüllende der Isochronenschar (2.14). In Analogie zur Huygens-Welle bei der skalaren Wellengleichung wird diese als Huygens-Welle für die Remigration im Tiefenbereich bezeichnet:

$$z = \frac{v}{v_0} \sqrt{z_0^2 + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{1 - \frac{v^2}{v_0^2}}} \quad (2.14)$$

Die Konstruktion der Huygens-Welle für eine Geschwindigkeit ist in Abb. 2.1a dargestellt. Da eine Darstellung in drei Dimensionen sehr unübersichtlich wäre, wurde sie auf zwei Dimensionen reduziert. Schnappschüsse der Huygens-Welle in zwei Dimensionen sind in

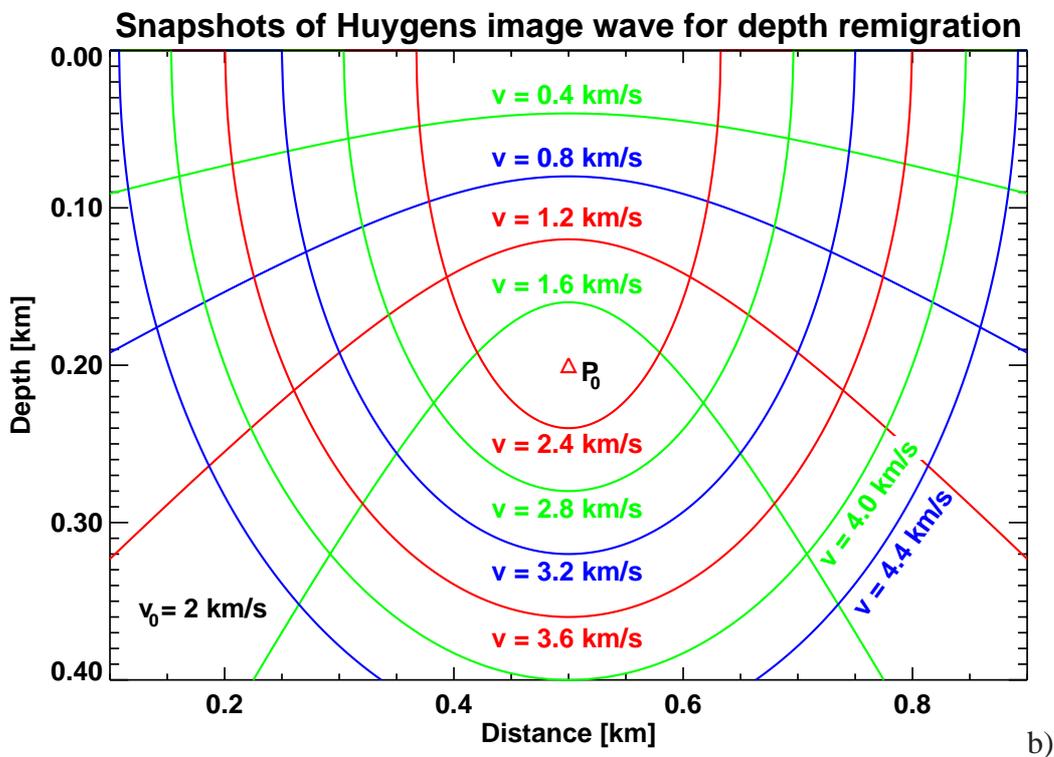
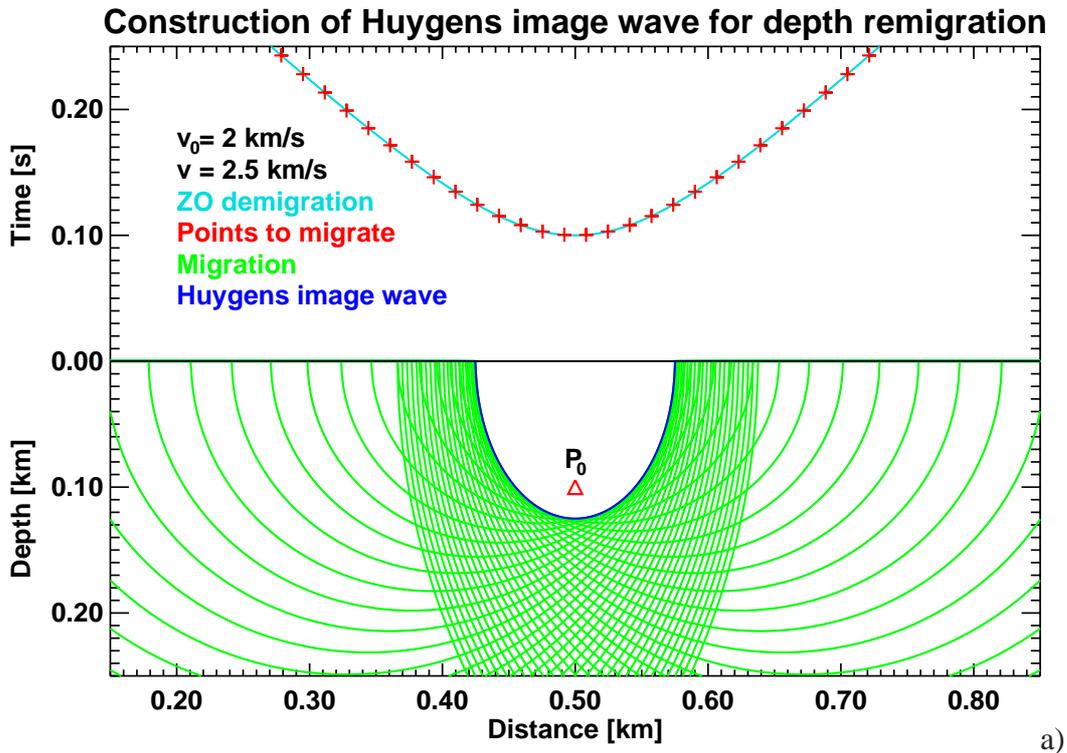


Abbildung 2.1: a) Konstruktion der explodierenden Huygens-Welle für die Remigration im Tiefenbereich, b) Schnappschüsse der Huygens-Welle für verschiedene Geschwindigkeiten.

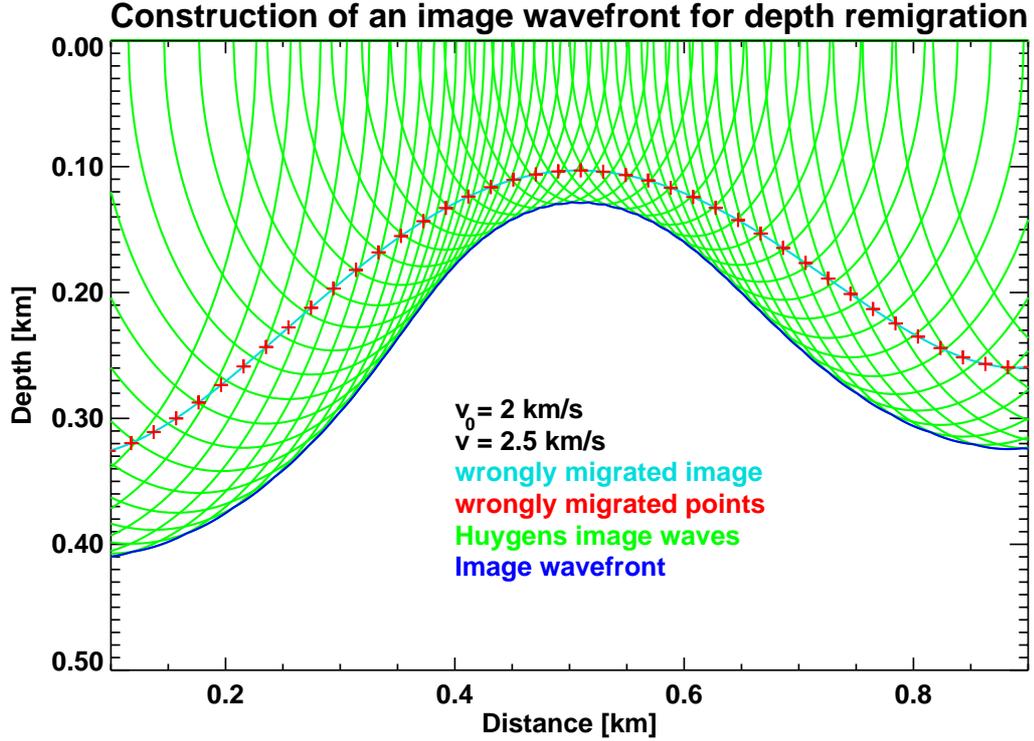


Abbildung 2.2: Konstruktion einer *image wavefront* für die Remigration im Tiefenbereich.

Abb. 2.1b zu sehen. Die Konstruktion einer *image wavefront* für einen (mit falscher Geschwindigkeit v_0) migrierten Reflektor wird schließlich in Abb. 2.2 gezeigt.

Um zu einer Gleichung für das Eikonal $v = V(x, y, z)$ zu kommen, wird dieses in die Huygens-Welle (2.14) eingesetzt. Eine anschließende Substitution $M(x, y, z) = V(x, y, z)/v_0$ zur Vereinfachung der Notation führt zu

$$z = M(x, y, z) \sqrt{z_0^2 + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{1 - M^2(x, y, z)}}. \quad (2.15)$$

Gleichung (2.15) wird nun beidseitig partiell nach x , y und nach z abgeleitet. Quadriert und summiert man die beiden Ableitungen nach x und y ergibt sich

$$0 = \left[\sqrt{z_0^2 - \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{1 - M^2}} + \frac{M^2 [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]}{(1 - M^2)^2 \sqrt{z_0^2 + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{1 - M^2}}} \right]^2$$

$$\times (M_x^2 + M_y^2) - \frac{M^2 [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]}{(1 - M^2)^2 \left[z_0^2 + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{1 - M^2} \right]}, \quad (2.16)$$

während die Ableitung nach z , geteilt durch M_z und quadriert, folgendes ergibt:

$$\frac{1}{M_z^2} = \left[\sqrt{z_0^2 - \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{1-M^2}} + \frac{M^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{(1-M^2)^2 \sqrt{z_0^2 + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{1-M^2}}} \right]^2 \quad (2.17)$$

Setzt man (2.17) in (2.16) ein, erhält man

$$0 = \frac{(M_x^2 + M_y^2)}{M_z^2} - \frac{M^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{(1-M^2)^2 \left[z_0^2 + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{1-M^2} \right]}, \quad (2.18)$$

schließlich kann noch die durch M geteilte und quadrierte Gleichung (2.15) eingesetzt werden:

$$\frac{z^2}{M^4} \frac{M_x^2 + M_y^2}{M_z^2} = \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{(1-M^2)^2} \quad (2.19)$$

Einsetzen der Gleichung (2.19) in Gleichung (2.17) und Einsetzen von z/M gemäß Gleichung (2.15) ergibt die Eikonalgleichung für $M(x, y, z)$

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 - \frac{MM_z}{z} = 0, \quad (2.20)$$

und nach Rücksubstitution von $V(x, y, z) = v_0 M(x, y, z)$ in Gleichung (2.20) erhält man die Eikonalgleichung für $V(x, y, z)$:

$$V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 - \frac{VV_z}{z} = (\nabla V)^2 - \frac{V}{z} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (2.21)$$

Der Übergang zur Vektornotation ermöglicht im folgenden eine kompaktere Darstellung der Wellengleichung und des Lösungsansatzes.

Bei Reduktion des Problems auf zwei Dimensionen geht die hergeleitete Eikonalgleichung (2.21) in die von Hubral et. al [HTS96] angegebene Eikonalgleichung über¹. In Analogie zu der im selben Artikel vorgeschlagenen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{v}{z} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial v} = 0 \quad (2.22)$$

für zwei Dimensionen wird in 3D eine Wellengleichung der Form

$$\nabla^2 p + \frac{v}{z} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial v} = 0 \quad (2.23)$$

vorgeschlagen. Es wird nun in Analogie zum Lösungsansatz (2.1) bei der skalaren Wellengleichung ein Ansatz der Form

$$p(\vec{x}, v) = p_0(\vec{x}) f[v - V(\vec{x})] \quad (2.24)$$

¹Im zitierten Artikel liegt jedoch ein Vorzeichenfehler in Gleichung (A7) vor: Der dritte Term müsste ebenfalls positiv sein.

verwendet. Im folgenden wird gezeigt, daß dieser Ansatz ebenfalls zur hergeleiteten Eikonalgleichung (2.21) führt. Einsetzen des Ansatzes (2.24) in die vorgeschlagene Wellengleichung (2.23) führt zu

$$f'' p_0 \left[(\nabla V)^2 - \frac{v}{z} \frac{\partial V}{\partial z} \right] + f' \left(\frac{v}{z} \frac{\partial p_0}{\partial z} - \nabla p_0 \cdot \nabla V - p_0 \nabla^2 V \right) + f (\nabla^2 p_0 - \nabla p_0 \cdot \nabla V) = 0 \quad (2.25)$$

Um für beliebige f erfüllt zu sein, müssen die Terme mit f , f' und f'' jeweils einzeln verschwinden. In einer Hochfrequenzapproximation wird nur der erste Term der Gleichung (2.25) betrachtet. Dieser ergibt gerade die gewünschte Eikonalgleichung (2.21), wenn v noch durch das Eikonal $V(x, y, z)$ ersetzt wird.

Demnach beschreibt die Wellengleichung (2.23) die kinematischen Eigenschaften der Remigration im Tiefenbereich. Über die Amplituden kann jedoch nichts ausgesagt werden. Die Remigration im Tiefenbereich kann damit als Anfangswertproblem formuliert werden:

$$p(v = v_0, \vec{x}) \rightarrow p(v, \vec{x}) \quad (2.26)$$

2.3 Remigration im Zeitbereich

Im Zeitbereich kann dieselbe Strategie zur Herleitung einer Eikonalgleichung verwendet werden wie im Tiefenbereich. Da ein homogenes Modell $v = \text{const}$ vorausgesetzt wird, kann die einfache Transformation

$$\left(x_0, y_0, \frac{2z_0}{v_0} \right) \rightarrow (x_0, y_0, t) \quad (2.27)$$

vom Tiefenbereich in den Zeitbereich verwendet werden. Dies ermöglicht, auf bereits hergeleitete Beziehungen im Tiefenbereich zurückzugreifen. Ansatzpunkt ist die Huygens-Welle (2.14) im Tiefenbereich. Nach Transformation in den Zeitbereich gemäß (2.27) lautet sie

$$t = \sqrt{t_0^2 + \frac{4 \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]}{v_0^2 - v^2}}. \quad (2.28)$$

In Abb. 2.3a sind Schnappschüsse der Huygens-Welle dargestellt, während in Abb. 2.3b die Konstruktion einer *image wavefront* für einen (mit falscher Geschwindigkeit v_0) migrierten Reflektor gezeigt ist. Auch hier wurde die Darstellung zwecks besserer Übersichtlichkeit auf zwei Dimensionen reduziert.

Die Herleitung der Eikonalgleichung folgt nun genau der Strategie, die bereits bei der Remigration im Tiefenbereich in Abschnitt 2.2 verwendet wurde: Die Geschwindigkeit v wird durch das Eikonal $V(x, y, t)$ ersetzt. Die Huygens-Welle (2.28) wird anschließend beidseitig partiell nach x , y und t differenziert. Die Summe der quadrierten Ableitungen nach x und y

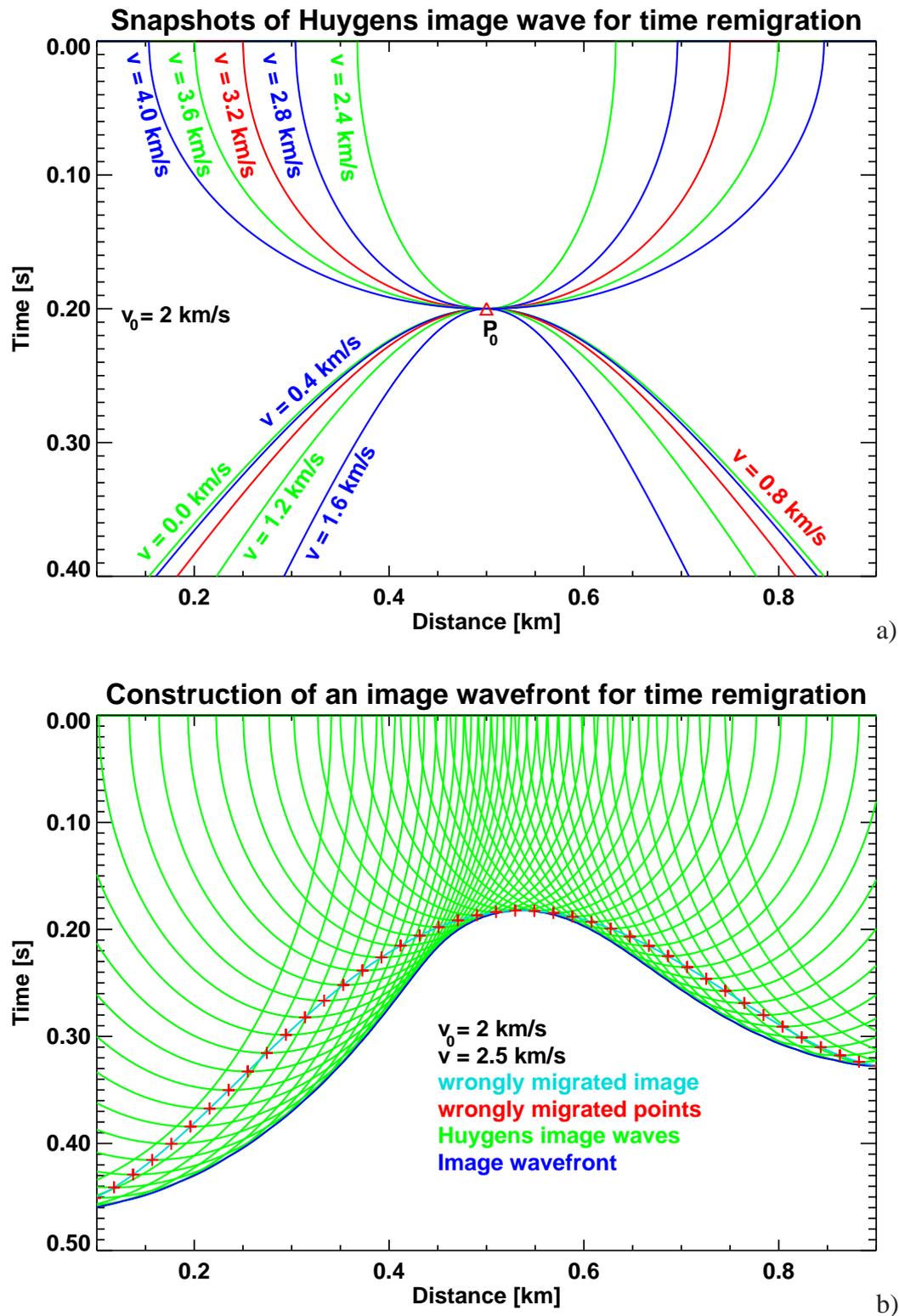


Abbildung 2.3: a) Schnappschüsse der Huygens-Welle für verschiedene Geschwindigkeiten im Zeitbereich, b) Konstruktion einer *image wavefront* für die Remigration im Zeitbereich.

ist dann

$$0 = (V_x^2 + V_y^2) \frac{16V^2 \left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \right]^2}{(v_0^2 - V^2)^4 \left(t_0^2 + \frac{4[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{v_0^2 - V^2} \right)} - \frac{16 \left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \right]}{\left(t_0^2 + \frac{4[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{v_0^2 - V^2} \right) (v_0^2 - V^2)^2}, \quad (2.29)$$

die Ableitung nach t , quadriert und durch V_t^2 dividiert, führt zu

$$\frac{1}{V_t^2} = \frac{16V^2 \left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \right]^2}{(v_0^2 - V^2)^4 \left(t_0^2 + \frac{4[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{v_0^2 - V^2} \right)}. \quad (2.30)$$

Einsetzen der Gleichungen (2.30) und (2.28) in Gleichung (2.29) ergibt

$$\frac{V_x^2 + V_y^2}{V_t^2} \frac{t^2}{4} = 4 \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{(v_0^2 - V^2)^2}. \quad (2.31)$$

Dieses Resultat (2.31) wird wiederum in die Ableitung nach t (2.30) eingesetzt und führt schließlich zur Eikonalgleichung

$$V (V_x^2 + V_y^2) - 4V_t = V (\nabla V)^2 - 4 \frac{\partial V}{\partial t} = 0. \quad (2.32)$$

Dabei wird, wie gehabt, die Notation gewechselt, um eine kompaktere Darstellung zu erhalten. Es gilt $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$.

Wie bei der Remigration im Tiefenbereich geht die Eikonalgleichung (2.32) für zweidimensionale Probleme in die entsprechende Gleichung von Hubral et al. [HTS96] über. In Anlehnung an die dort verwendete Wellengleichung

$$vt \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 p}{\partial v \partial t} = 0 \quad (2.33)$$

in zwei Dimensionen wird hier die folgende Gleichung in drei Dimensionen vorgeschlagen:

$$vt \nabla^2 p + 4 \frac{\partial^2 p}{\partial v \partial t} = 0 \quad (2.34)$$

Mit dem zu (2.1) analogen Lösungsansatz

$$p(x, y, t, v) = p_0(x, y, t) f[v - V(x, y, t)] \quad (2.35)$$

ergibt sich aus der vorgeschlagenen Wellengleichung (2.34)

$$f'' p_0 \left[vt (\nabla V)^2 + 4 \frac{\partial V}{\partial t} \right] + f' \left(4 \frac{\partial p_0}{\partial t} - 2vt \nabla p_0 \cdot \nabla V - vt p_0 \nabla^2 V \right) + f (vt \nabla^2 p_0) = 0. \quad (2.36)$$

Der Term in den eckigen Klammern entspricht nach Ersetzen von v durch das Eikonal V der Eikonalgleichung (2.32). Damit ist gezeigt, daß die Wellengleichung (2.34) die kinematischen Eigenschaften der Remigration im Zeitbereich beschreibt. Das zugehörige Anfangswertproblem lautet nun

$$p(v = v_0, x, y, t) \rightarrow p(v, x, y, t). \quad (2.37)$$

2.4 Migration to zero-offset (MZO)

Bei der Herleitung der Huygens-Welle für die beiden Remigrationsprobleme wurde von einem Punkt auf einem Reflektor im Eingangsdatsatz ausgegangen. Die resultierenden Huygens-Wellen breiten sich vom Ausgangspunkt an aus und werden daher als explodierende Huygens-Wellen bezeichnet.

Für die *migration to zero-offset* wird diese Vorgehensweise umgekehrt: Die Huygens-Welle wird für das inverse Problem, also die *migration to common-offset* (MCO), hergeleitet. Die so erhaltene explodierende Huygens-Welle für das inverse Problem ist identisch mit der implodierenden Huygens-Welle für das ursprüngliche Problem.

Das inverse Problem, die MCO, geht nicht von einem migrierten Abbild, sondern von den Laufzeiten aus, und wird deshalb umgekehrt wie bei den Remigrationsproblemen angegangen: Ein Punkt $P_0(\xi_0, t_0)$ im *zero-offset*-Datsatz wird zuerst in den Tiefenbereich migriert. Als Isochrone ergibt sich ein Halbkreis um $(\xi_0, 0)$ mit dem Radius $vt_0/2$:

$$z = \sqrt{\left(\frac{vt_0}{2}\right)^2 - (x - \xi_0)^2}. \quad (2.38)$$

Anschließend wird jeder Punkt $P(x, z)$ auf der Isochrone (2.38) für den *offset* h demigriert. Die *common-offset*-Laufzeitkurve für einen Punkt $P(x, z)$ hat dann die Form

$$t = \frac{1}{v} \left[\sqrt{z^2 + (x - \xi + h)^2} + \sqrt{z^2 + (x - \xi - h)^2} \right]. \quad (2.39)$$

Die Laufzeitkurvenschar für alle Punkte auf der Isochrone erhält man, wenn man die Isochronengleichung (2.38) in die Laufzeitkurve (2.39) einsetzt:

$$t = \frac{1}{v} \left[\sqrt{\Psi^2 - (x - \xi_0)^2 + (x - \xi + h)^2} + \sqrt{\Psi^2 - (x - \xi_0)^2 + (x - \xi - h)^2} \right] \quad (2.40)$$

Dabei ist $\Psi = vt_0/2$ der *zero-offset*-Laufweg. Die Einhüllende der Laufzeitkurvenschar (2.40) ergibt sich aus der Bedingung $\partial t / \partial x = 0$. Daraus folgt

$$\frac{\xi_0 - \xi + h}{\sqrt{\Psi^2 - (x - \xi_0)^2 + (x - \xi + h)^2}} + \frac{\xi_0 - \xi - h}{\sqrt{\Psi^2 - (x - \xi_0)^2 + (x - \xi - h)^2}} = 0, \quad (2.41)$$

anschließendes Auflösen nach x führt zu

$$x = \frac{\xi_0^3 - \Psi^2 \xi_0 + \Psi^2 \xi - 2\xi_0^2 \xi - \xi_0 h^2 + \xi_0 \xi^2}{(\xi_0 - \xi - h)(\xi_0 - \xi + h)} = \xi_0 + \Psi^2 \frac{\xi_0 - \xi}{h^2 - (\xi_0 - \xi)^2}. \quad (2.42)$$

Einsetzen der Gleichung (2.42) in die Laufzeitkurvenschar (2.40) ergibt schließlich die explodierende Huygens-Welle für das MCO-Problem. Der Übersichtlichkeit halber werden zuerst die Ausdrücke unter den Wurzeln der Laufzeitkurvenschar (2.40) betrachtet:

$$\Theta_{\pm} = \Psi^2 - (x - \xi_0)^2 + (x - \xi \pm h)^2 \quad (2.43)$$

Nach Ersetzen von x gemäß Gleichung (2.42) ergibt sich

$$\begin{aligned} \Theta_{\pm} &= \Psi^2 - \left(\Psi^2 \frac{\xi_0 - \xi}{h^2 - (\xi_0 - \xi)^2} \right)^2 + \left(\xi_0 - \xi \pm h + \Psi^2 \frac{\xi_0 - \xi}{h^2 - (\xi_0 - \xi)^2} \right)^2 \\ &= \Psi^2 - \left(\frac{\Psi^2 \Phi}{h^2 - \Phi^2} \right)^2 + \left(\Phi \pm h + \frac{\Psi^2 \Phi}{h^2 - \Phi^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

mit $\Phi = \xi_0 - \xi$. Aus der mit v multiplizierten und quadrierten Laufzeitkurvenschar (2.40) erhält man damit

$$\begin{aligned} (vt)^2 &= \left(\sqrt{\Theta_+} + \sqrt{\Theta_-} \right)^2 = \Theta_+ + \Theta_- + 2\sqrt{\Theta_+ \Theta_-} \\ &= 2 \frac{h^4 + \Psi^2 h^2 - \Phi^4 + \Psi^2 \Phi^2}{h^2 - \Phi^2} + 2(\Psi^2 - \Phi^2 + h^2) \\ &= 4h^2 \frac{\Psi^2 + h^2 - \Phi^2}{h^2 - \Phi^2} = 4h^2 \left(1 + \frac{\Psi^2}{h^2 - \Phi^2} \right), \end{aligned} \quad (2.45)$$

und daraus nach Rücksubstitution von $\Phi = \xi_0 - \xi$ die explodierende Huygens-Welle für das MCO-Problem

$$t = \frac{2h}{v} \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{h^2 - \Phi^2}} = \frac{2h}{v} \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{h^2 - (\xi_0 - \xi)^2}}, \quad (2.46)$$

die identisch mit der implodierenden Huygens-Welle für das MZO-Problem ist.

Die Konstruktion dieser Huygens-Welle für einen *offset* h ist in Abb. 2.4a dargestellt, Schnappschüsse der Huygens-Welle in Abb. 2.4b. Abb. 2.5 zeigt die Konstruktion einer implodierenden MZO *image wavefront* (bzw. der explodierenden MCO *image wavefront*) für einen *offset*.

Ähnlich wie bei der Remigration wird nun der *offset* h in Gleichung (2.46) durch das Eikonal $H(\xi, t)$ ersetzt und anschließend partiell nach ξ und t abgeleitet. Die Ableitung nach t ergibt

$$1 = \frac{2H_t}{v} \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{H^2 - \Phi^2}} - \frac{2\Psi^2 H^2 H_t}{v \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{H^2 - \Phi^2}} (H^2 - \Phi^2)^2}, \quad (2.47)$$

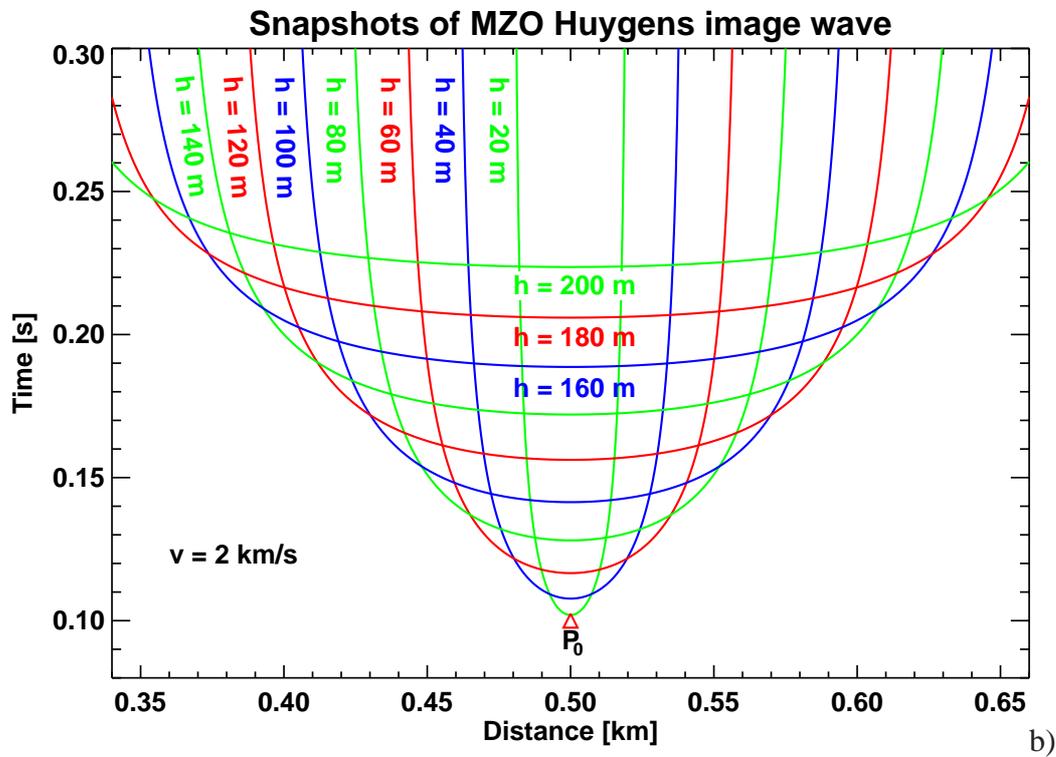
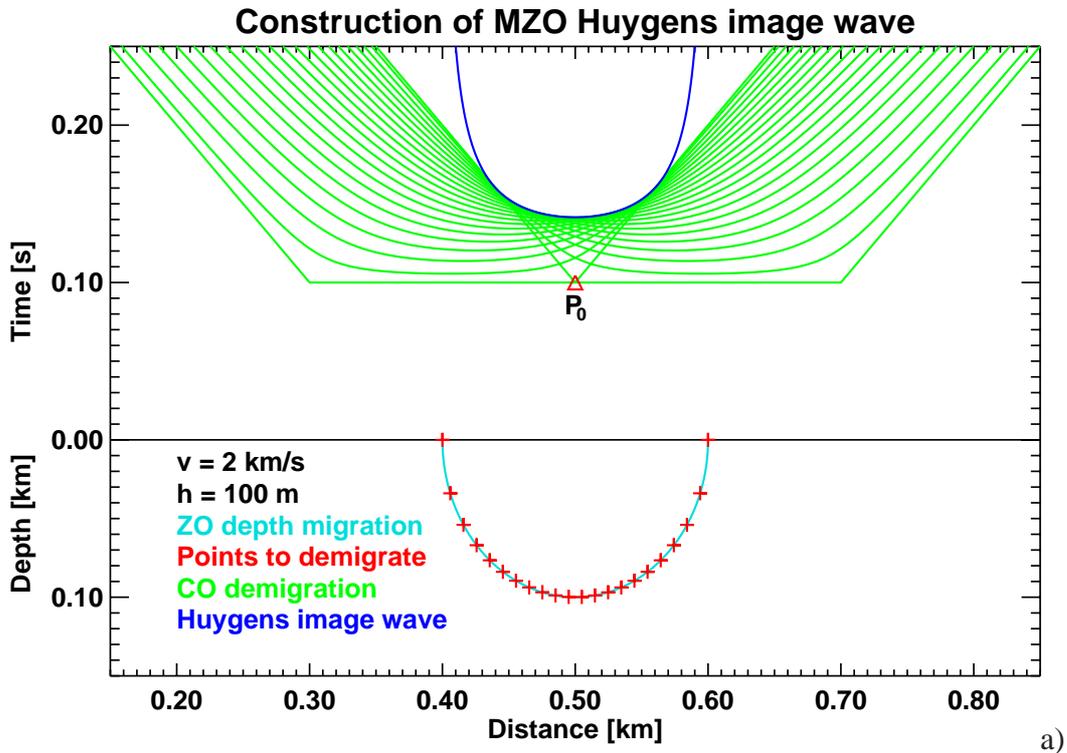
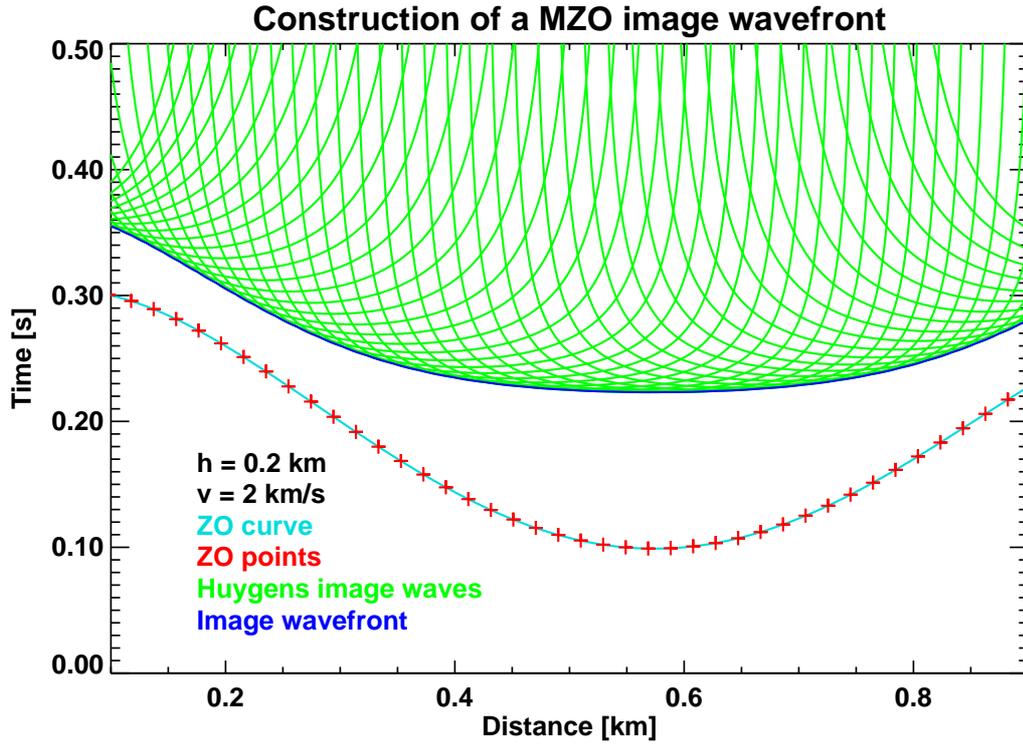


Abbildung 2.4: a) Konstruktion der implodierenden Huygens-Welle für das MZO-Problem, b) Schnappschüsse der Huygens-Welle für verschiedene *offsets*.

Abbildung 2.5: Konstruktion einer MZO *image wavefront* für einen *offset*.

die Ableitung nach ξ unter Berücksichtigung von $\Phi_\xi = -1$

$$0 = \frac{2H_\xi}{v} \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{H^2 - \Phi^2}} - \frac{2\Psi^2 H^2 H_\xi}{v \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{H^2 - \Phi^2}} (H^2 - \Phi^2)^2} - \frac{2\Psi^2 H \Phi}{v \sqrt{1 + \frac{\Psi^2}{H^2 - \Phi^2}} (H^2 - \Phi^2)^2}. \quad (2.48)$$

Setzt man die unter Verwendung von $h = H(\xi, t)$ aus Gleichung (2.46) abgeleiteten Ausdrücke $tv/2H = \sqrt{1 + \Psi^2/(H^2 - \Phi^2)}$ und $\Psi^2/[(tv/2H)^2 - 1] = H^2 - \Phi^2$ in die Zeitableitung (2.47) ein, ergibt sich

$$\frac{1}{H_t} = \frac{t}{H} - \frac{4H^3 \left[\left(\frac{tv}{2H} \right)^2 - 1 \right]}{v^2 t (H^2 - \Phi^2)}, \quad (2.49)$$

daraus wiederum

$$H^2 - \Phi^2 = \frac{4H_t H^4 \left[\left(\frac{tv}{2H} \right)^2 - 1 \right]}{v^2 t (H_t t - H)}. \quad (2.50)$$

Aus der Ableitung nach ξ (2.48) ergibt sich mit derselben Vorgehensweise

$$H_\xi = \frac{4H^3 \Phi \left[\left(\frac{tv}{2H} \right)^2 - 1 \right]}{t^2 v^2 (H^2 - \Phi^2) - 4H^4 \left[\left(\frac{tv}{2H} \right)^2 - 1 \right]}. \quad (2.51)$$

Einsetzen von Gleichung (2.50) in Gleichung (2.51) führt zu einem einfachen Ausdruck für Φ

$$\Phi = \frac{H_\xi H^2}{tH_t - H}, \quad (2.52)$$

mit dem sich nach Einsetzen in Gleichung (2.50) schließlich die Eikonalgleichung für das MZO-Problem ergibt:

$$1 = H_\xi^2 - \frac{4H_t^2}{v^2} + \frac{tH_t}{H} + \frac{4HH_t}{v^2 t} \quad (2.53)$$

Diese Eikonalgleichung ist identisch mit der von Hubral et al. [HTS96] hergeleiteten². An selber Stelle wurde die Wellengleichung

$$ht \left(p_{hh} + \frac{4}{v^2} p_{tt} \right) + \left(t^2 + \frac{4h^2}{v^2} \right) p_{ht} - ht p_{\xi\xi} = 0 \quad (2.54)$$

vorgeschlagen. Es ist nun noch zu zeigen, daß sich mit dem zu (2.1) analogen Lösungsansatz

$$p(\xi, t, h) = p_0(\xi, t) f[h - H(\xi, t)] \quad (2.55)$$

die Eikonalgleichung (2.53) ergibt:

$$\begin{aligned} 0 &= f'' p_0 \left[ht + \frac{4ht}{v^2} H_t^2 - \left(t^2 + \frac{4h^2}{v^2} \right) H_t - ht H_\xi^2 \right] \\ &- f' \left[\frac{8ht}{v^2} p_{0t} H_t + \frac{4ht}{v^2} p_0 H_{tt} - \left(t^2 + \frac{4h^2}{v^2} \right) p_{0t} - 2ht p_{0\xi} H_\xi + p_0 H_{\xi\xi} \right] \\ &+ f \left[\frac{4ht}{v^2} p_{0tt} - ht p_{0\xi\xi} \right] \end{aligned} \quad (2.56)$$

Aus der Forderung, daß Gleichung (2.56) für beliebige f erfüllt sein soll, ergibt sich aus dem Term mit f'' und $h = H(\xi, t)$ wieder die Eikonalgleichung (2.53). Zumindest die kinematischen Aspekte des MZO-Problems werden also durch die Wellengleichung (2.54) beschrieben. Die MZO ist jetzt als Anfangswertproblem der Form

$$p(h = h_0, \xi, t) \rightarrow p(h, \xi, t) \quad (2.57)$$

darstellbar.

2.5 Dip moveout-Korrektur (DMO)

Die MZO kann in zwei Schritte zerlegt werden, die *normal moveout*-Korrektur (NMO) und die DMO. Die NMO korrigiert dabei den Einfluß des *offsets* für horizontale, nicht geneigte Schichten, während die DMO anschließend noch eine von der Neigung (*dip*) des Reflektors abhängige Korrektur bewirkt.

²wobei in dieser Publikation bei Gleichung (A28) rechts ein Faktor $1/tB$ fehlt

Ausgangspunkt für die Herleitung der Eikonalgleichung des DMO-Problems ist die explodierende Huygens-Welle des MCO-Problems (2.46). Nach Anwendung der bekannten NMO-Korrektur (z. B. in Yilmaz [Yil87])

$$\tau^2 = t^2 - \frac{4h^2}{v^2} \quad (2.58)$$

ergibt sich daraus die Huygens-Welle des DMO-Problems:

$$\tau = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{\Phi^2}{h^2}}} \quad (2.59)$$

Schnappschüsse dieser implodierenden Huygens-Welle sind in Abb. 2.6a dargestellt, während Abb. 2.6b die Konstruktion einer *image wavefront* für das inverse DMO-Problem zeigt.

Nach Einsetzen des Eikonals $h = H(\xi, \tau)$ erhält man unter Berücksichtigung von $\partial\Phi/\partial\xi = -1$ die partielle Ableitung nach ξ

$$0 = -t_0 \left(1 - \frac{\Phi^2}{H^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{\Phi}{H^2} + \frac{\Phi^2 H_\xi}{H^3}\right) \quad (2.60)$$

und die partielle Ableitung nach τ

$$1 = \frac{t_0 \Phi^2 H_\tau}{H^3} \left(1 - \frac{\Phi^2}{H^2}\right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (2.61)$$

Aus der Ableitung nach ξ (2.60) ergibt sich sofort

$$\frac{1}{H_\xi} = -\frac{\Phi}{H}, \quad (2.62)$$

und mit Hilfe dieser Gleichung (2.62) und dem aus der Huygens-Welle (2.59) abgeleiteten Ausdruck $t_0 = \tau \sqrt{1 - \Phi^2/H^2}$ erhält man aus der Ableitung nach τ (2.61)

$$HH_\xi^2 \left(1 - \frac{\Phi^2}{H^2}\right) = -\tau H_\tau, \quad (2.63)$$

und nach erneutem Einsetzen von Gleichung (2.62) schließlich die Eikonalgleichung für das DMO-Problem:

$$-\tau H_\tau = HH_\xi^2 - H \quad (2.64)$$

Diese Eikonalgleichung entspricht der von Hubral et al. [HTS96] hergeleiteten Gleichung³. Wie bei den bereits vorgestellten Problemen muß nun noch gezeigt werden, daß die im genannten Artikel vorgeschlagenen Wellengleichung

$$hp_{\xi\xi} - hp_{hh} - \tau p_{ht} = 0 \quad (2.65)$$

³im zitierten Artikel sind die Gleichungen (29) und (A31) fehlerhaft: Der Wurzelausdruck auf der rechten Seite muß jeweils im Nenner stehen

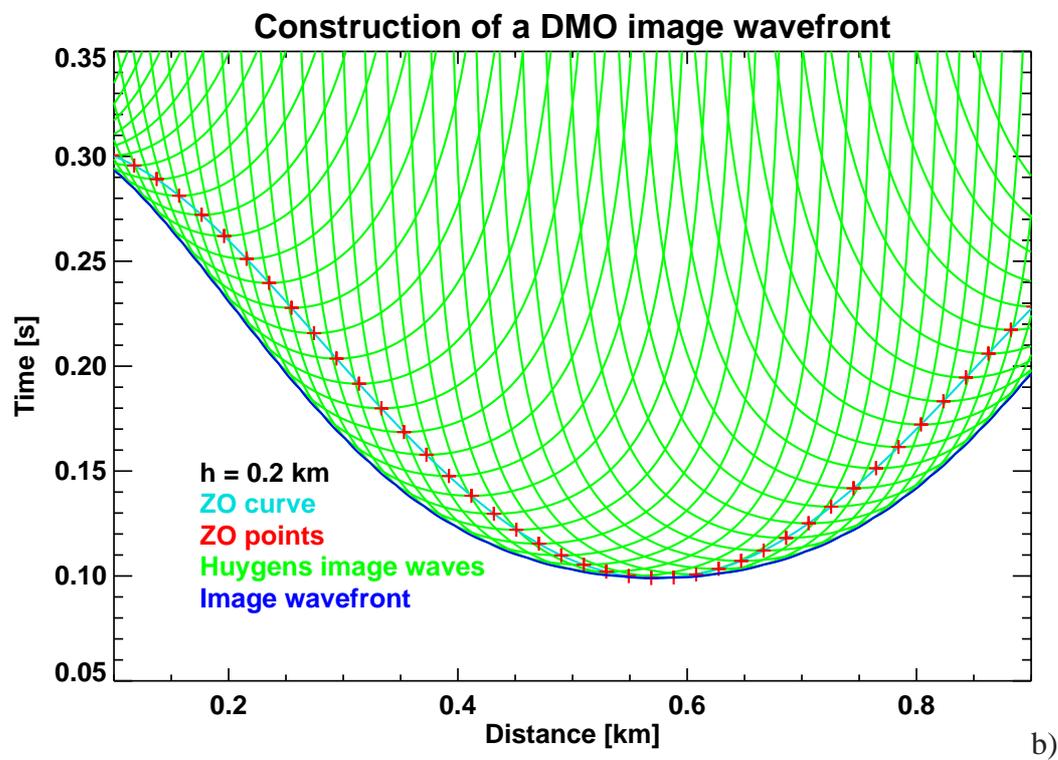
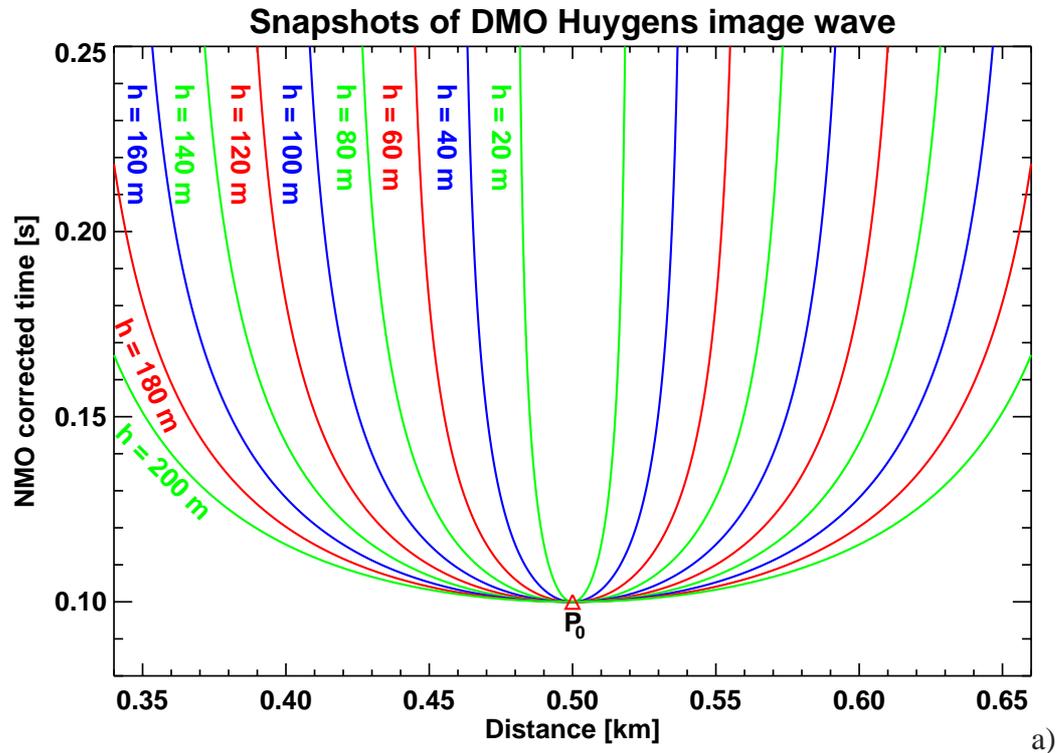


Abbildung 2.6: a) Schnappschüsse der DMO Huygens-Welle für verschiedene *offsets*. b) Konstruktion einer *image wavefront* für das inverse DMO-Problem.

mit einem zu (2.1) analogen Lösungsansatz der Form

$$p(\xi, \tau, h) = p(\xi, \tau) f[h - H(\xi, \tau)] \quad (2.66)$$

zur selben Eikonalgleichung führt. Mit diesem Lösungsansatz erhält man

$$0 = f'' p_0 \left(h H_\xi^2 - h + \tau H_t \right) - f' \left(2h p_{0\xi} H_\xi + h p_0 H_{\xi\xi} + \tau p_{0\tau} \right) + f p_{0\xi\xi}. \quad (2.67)$$

Diese Gleichung ist für beliebige f nur erfüllt, wenn die Terme mit f'' , f' und f einzeln verschwinden. Der Term mit f'' ergibt unter Berücksichtigung von $h = H(\xi, \tau)$ wieder die Eikonalgleichung (2.64). Damit ist gezeigt, daß die Wellengleichung (2.65) die kinematischen Gesichtspunkte des DMO-Problems beschreibt. Das zugehörige Anfangswertproblem lautet

$$p(h = h_0, \xi, t) \rightarrow p(h, \xi, t). \quad (2.68)$$

Kapitel 3

Diskretisierung und Implementierung

3.1 Remigration

3.1.1 Finite-Differenzen-Schemata

Die Herleitung der Finite-Differenzen(FD)-Schemata geht von den Wellengleichungen (2.23) und (2.34) aus, die der besseren Übersichtlichkeit halber hier nochmals wiederholt werden. Im Tiefenbereich gilt

$$\nabla^2 p(x, y, z, v) + \frac{v}{z} \frac{\partial^2}{\partial z \partial v} p(x, y, z, v) = 0,$$

im Zeitbereich

$$vt \nabla^2 p(x, y, t, v) + 4 \frac{\partial^2}{\partial v \partial t} p(x, y, t, v) = 0.$$

Diese Gleichungen lassen sich durch Substitutionen noch etwas vereinfachen. So ergibt sich mit der Substitution $\rho = \ln v$ für den Tiefenbereich

$$\nabla^2 p^*(x, y, z, \rho) + \frac{1}{z} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} p^*(x, y, z, \rho) = 0, \quad (3.1)$$

und mit $\omega = v^2$ für den Zeitbereich

$$t \nabla^2 p^*(x, y, t, \omega) + 8 \frac{\partial^2}{\partial \omega \partial t} p^*(x, y, t, \omega) = 0. \quad (3.2)$$

In beiden Fällen tritt damit die Geschwindigkeit v nicht mehr explizit auf, dafür sind die Propagationsvariablen dabei die logarithmierte bzw. quadrierte Geschwindigkeit. Die substituierten Gleichungen können alternativ zu den Originalgleichungen verwendet werden.

In den vier vorliegenden Wellengleichungen (2.23), (2.34), (3.1) und (3.2) werden nun gemischte Ableitungen durch FD-Operatoren erster Ordnung der Art (A.11), zweite Ableitungen durch Operatoren zweiter Ordnung der Art (A.5) approximiert. Zweite Ableitungen

in x - und y -Richtung wurden alternativ mit Operatoren vierter Ordnung gemäß Gleichung (A.10) angenähert. Die verwendeten FD-Operatoren werden in Anhang A entwickelt.

Da die Unterscheidung 2D/3D, max. 2./4. Ordnung, Zeit-/Tiefenbereich und schließlich noch explizit/nicht explizit auftretendes v zu insgesamt 16 verschiedenen FD-Schemata führt, werden für eine kompakte Darstellung folgende Konventionen verwendet:

- Die Koordinaten x , y und z bzw. t werden mit j , k und i indiziert, die jeweilige vierte Koordinate v , ω bzw. ρ mit dem Index l . Die zugehörigen Diskretisierungsintervalle werden mit Δx , Δy , Δz bzw. Δt sowie entweder mit Δv , $\Delta \omega$ oder $\Delta \rho$ bezeichnet. Es gilt $x = j\Delta x + x_0$ etc.
- Im Tiefenbereich gilt bei „normaler“ Geschwindigkeit $\Xi = \Delta v/v$, bei logarithmierter Geschwindigkeit $\Xi = \Delta \rho$.
- Im Zeitbereich gilt bei „normaler“ Geschwindigkeit $\Lambda = v \Delta v$, bei quadrierter Geschwindigkeit $\Lambda = \Delta \omega/2$.
- Terme, die für Anwendungen auf zweidimensionale Datensätze entfallen, sind grün dargestellt. In diesen Fällen entfällt auch der Index k .

Aufgelöst nach $p_{i,j,k}^{l+1}$ ergeben sich unter Anwendung der genannten Substitutionen und Notationen die folgenden vier Gleichungen, die alle 16 implementierten FD-Schemata für Remigrationsprobleme beschreiben:

Zeitbereich, FD-Operatoren max. 2. Ordnung:

$$p_{i,j,k}^{l+1} = \frac{\Lambda t \Delta t}{4} \left[\frac{p_{i,j-1,k}^l - 2p_{i,j,k}^l + p_{i,j+1,k}^l}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j,k-1}^l - 2p_{i,j,k}^l + p_{i,j,k+1}^l}{\Delta y^2} \right] + p_{i+1,j,k}^{l+1} - p_{i+1,j,k}^l + p_{i,j,k}^l \quad (3.3)$$

Zeitbereich, FD-Operatoren max. 4. Ordnung:

$$p_{i,j,k}^{l+1} = \frac{\Lambda t \Delta t}{48} \left[\frac{16(p_{i,j-1,k}^l + p_{i,j+1,k}^l) - p_{i,j-2,k}^l - p_{i,j+2,k}^l - 30p_{i,j,k}^l}{\Delta x^2} + \frac{16(p_{i,j,k-1}^l + p_{i,j,k+1}^l) - p_{i,j,k-2}^l - p_{i,j,k+2}^l - 30p_{i,j,k}^l}{\Delta y^2} \right] + p_{i+1,j,k}^{l+1} - p_{i+1,j,k}^l + p_{i,j,k}^l \quad (3.4)$$

Tiefenbereich, FD-Operatoren max. 2. Ordnung:

$$p_{i,j,k}^{l+1} = \Xi_z \Delta z \left[\frac{p_{i,j-1,k}^l - 2p_{i,j,k}^l + p_{i,j+1,k}^l}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j,k-1}^l - 2p_{i,j,k}^l + p_{i,j,k+1}^l}{\Delta y^2} \right]$$

$$+ \left. \frac{p_{i+1,j,k}^l - 2p_{i,j,k}^l + p_{i-1,j,k}^l}{\Delta z^2} \right] + p_{i+1,j,k}^{l+1} - p_{i+1,j,k}^l + p_{i,j,k}^l \quad (3.5)$$

Tiefenbereich, FD-Operatoren max. 4. Ordnung:

$$\begin{aligned} p_{i,j,k}^{l+1} = & \Xi_z \Delta z \left[\frac{16 \left(p_{i,j-1,k}^l + p_{i,j+1,k}^l \right) - p_{i,j-2,k}^l - p_{i,j+2,k}^l - 30 p_{i,j,k}^l}{12 \Delta x^2} \right. \\ & + \frac{16 \left(p_{i,j,k-1}^l + p_{i,j,k+1}^l \right) - p_{i,j,k-2}^l - p_{i,j,k+2}^l - 30 p_{i,j,k}^l}{12 \Delta y^2} \\ & \left. + \frac{p_{i+1,j,k}^l - 2p_{i,j,k}^l + p_{i-1,j,k}^l}{\Delta z^2} \right] + p_{i+1,j,k}^{l+1} - p_{i+1,j,k}^l + p_{i,j,k}^l \quad (3.6) \end{aligned}$$

Gleichung (3.3) wurde für zwei Dimensionen und quadrierte Geschwindigkeit bereits von Jaya et al. [JSH96]¹ vorgestellt, für „normale“ Geschwindigkeit und drei Dimensionen von Mann et al. [MJ97a].

Beim Betrachten der FD-Schemata (3.3) – (3.6) stellt man fest, daß auf der rechten Seite jeweils ein Term $p_{i+1,j,k}^{l+1}$ auftritt. Da der Index l die Propagationsvariable beschreibt, bedeutet dies, daß sich die Sektion p^{l+1} nicht vollständig aus der (im Sinne der Propagation) vorhergehenden Sektion p^l berechnen läßt. Die FD-Schemata werden deshalb als semi-explizit bezeichnet.

3.1.2 Implementierung

Ursprünglich sollte ein bereits vorhandenes Programm von Makky S. Jaya erweitert werden. Zahlreiche Erweiterungen und Verallgemeinerungen haben letztendlich jedoch zu einer vollständigen Neuimplementierung der Remigration im Tiefen- und Zeitbereich geführt.

Während sich die eigentlichen FD-Schemata (3.3) – (3.6) ohne weiteres implementieren lassen, mußte die Behandlung von Problemen an den Rändern des Rechenraums noch geklärt werden, ebenso die Festlegung der Ein- und Ausgabeformate, sowie der Parameterübergabe. Desweiteren mußte die Arbeitsrichtung bei der Berechnung der Sektion p^l bestimmt werden. Auf jeden dieser Punkte wird im folgenden eingegangen:

Probleme mit Randwerten treten an den Außenseiten des i. a. vierdimensionalen Rechenraums auf. Bei der Approximation der zeitlichen und räumlichen Ableitungen steht an den Rändern nicht mehr die notwendige Information zur Verfügung. Es wurden zwei alternative Lösungen für dieses Problem implementiert, eine approximative und eine exakte:

¹In dieser Publikation liegt offenbar ein Fehler in Gleichung (5) vor: Auf der rechten Seite fehlt im Nenner ein Faktor 2.

Bei der approximativen Lösung wird folgendermaßen vorgegangen: FD-Operatoren vierter Ordnung, die gemäß Gleichung (A.10) fünf benachbarte Punkte benötigen, werden bei Bedarf durch FD-Operatoren zweiter Ordnung gemäß Gleichung (A.5) ersetzt. Diese Operatoren benötigen noch drei benachbarte Punkte. Wo diese nicht mehr alle zur Verfügung stehen, wird der fehlende Punkt außerhalb des Rechenraums durch den nächstgelegenen Punkt innerhalb ersetzt. Diese letztgenannte künstlich eingeführte Randbedingung wird auch als *zero-slope condition* bezeichnet und kommt an den „Ecken“ und „Kanten“ des Rechenraums auch für mehrere Operatoren gleichzeitig zur Anwendung. Dieses Verfahren hat sich im numerischen Experiment als weitgehend unkritisch erwiesen.

Die exakte Lösung vermeidet diese Probleme auf einfachste Weise, nämlich durch sukzessive Verkleinerung des Rechenraums in den Raum- und Zeitdimensionen. Nach jedem Rechenschritt $p^l \rightarrow p^{l+1}$ wird der Rechenraum so verkleinert, daß genügend Punkte um diesen verkleinerten Rechenraum herum zur Verfügung stehen. Diese Methode ist naturgemäß nur anwendbar, wenn ein ausreichend großes Datenvolumen zur Verfügung steht, so daß das gewünschte Zielgebiet am Ende des Propagationsprozesses noch innerhalb des verbliebenen Rechenraums liegt. Um die Geometrie der einzelnen Sektionen p^l einheitlich zu halten, werden die Gebiete außerhalb des verkleinerten Rechenraums mit Nullen aufgefüllt.

Wegen des semi-expliziten Charakters der FD-Schemata fehlen noch weitere Werte am Rand des Rechenraums: Auch hier wurde versucht, die bereits erwähnte *zero-slope condition* anzuwenden, d. h., fehlende Punkte in der Sektion p^{l+1} , und dies sind je nach Arbeitsrichtung (s.u.) die Punkte $p_{i_{\max},j,k}^{l+1}$ oder $p_{0,j,k}^{l+1}$, durch die nächstgelegenen Punkte aus der Sektion p^l zu ersetzen. Diese Methode wird jedoch nur für den ersten Rechenschritt angewendet. Bei weiteren Rechenschritten führt sie – genau wie verschiedene andere Versuche, die fehlenden Werte aus Nachbarpunkten zu interpolieren – zur Instabilität. Dieses Problem ist bislang nicht zufriedenstellend gelöst. Derzeit werden nach dem ersten Rechenschritt einfach die bisherigen Werte für die fehlenden Punkte beibehalten, was bei der Remigration im Tiefenbereich zu Artefakten führen kann. Im Zeitbereich hingegen ist dies, den numerischen Experimenten zufolge, unkritisch.

Die Übergabe von Parametern und die Ein- und Ausgabe werden mit Hilfe von Programmen des SEPlib-Pakets [DTR] des Stanford Exploration Projects realisiert. Dies ermöglicht eine weitgehend plattformunabhängige Implementierung und die Verwendung des Remigrationsprogrammes in Verbindung mit anderen SEPlib-Programmen.

Die Arbeitsrichtung innerhalb des Rechenraums ist von größter Wichtigkeit für die Stabilität des FD-Verfahrens. Wird in Richtung größerer Geschwindigkeiten vorgegangen, muß innerhalb des Rechenraums in Richtung kleinerer Werte für t bzw. z gerechnet werden und umgekehrt. Im letzteren Fall werden die FD-Schemata (3.3) – (3.6) nach $p_{i,j,k}^{l+1}$ aufgelöst.

Die Implementierung wurde zuerst in Ratfor durchgeführt, später aber wegen erheblicher Probleme mit der dabei verwendeten pseudo-dynamischen Speicherplatzbelegung in Fortran90 umgeschrieben. Die neue Version ist darüber hinaus erheblich knapper formuliert und schneller in der Ausführung.

Die wesentlichen Eigenschaften des Programms sind:

- Eingangsdatensatz ist ein mit v_0 zeit- oder tiefenmigrierter Datensatz. Im Zeitbereich kann dies auch ein *zero-offset*-Datensatz oder eine entsprechende Simulation (z. B. *CMP stack*) sein, d. h., $v_0 = 0$.
- Der Ausgangsdatensatz hat dieselbe Geometrie wie die Eingangsdaten zuzüglich einer neuen Geschwindigkeitsdimension. Die Zahl der Geschwindigkeitsschritte für die Berechnung und die Ausgabe kann unabhängig voneinander beliebig² gewählt werden.
- Im Zeitbereich kann alternativ zur „normalen“ Geschwindigkeit die quadratische gewählt werden, im Tiefenbereich die logarithmierte.
- Die Remigration kann auf ein Zielgebiet innerhalb des Datensatzes beschränkt werden.
- FD-Operatoren in x - und y -Richtung können wahlweise zweiter oder vierter Ordnung sein³.

3.2 Normal moveout (NMO), DMO und MZO

3.2.1 Finite-Differenzen-Schemata

Die Herleitung der FD-Schemata basiert unmittelbar auf den hergeleiteten Wellengleichungen für das MZO- (2.54) bzw. DMO-Problem (2.65), die hier nochmals rekapituliert werden. Sie lauten für die MZO

$$ht \left(p_{hh} + \frac{4}{v^2} p_{tt} \right) + \left(t^2 + \frac{4h^2}{v^2} \right) p_{ht} - ht p_{\xi\xi} = 0$$

und für die DMO

$$h p_{\xi\xi} - h p_{hh} - \tau p_{ht} = 0.$$

Wie bereits bei der Remigration werden in den Wellengleichungen (2.54) und (2.65) nun die gemischten Ableitungen mit FD-Operatoren gemäß (A.11) approximiert. Die zweiten Ableitungen nach h und t werden mit Operatoren zweiter Ordnung gemäß (A.5), zweite Ableitungen nach ξ mit Operatoren vierter Ordnung gemäß (A.10) angenähert.

Für die FD-Schemata werden folgende Konventionen verwendet:

²Es besteht eine Einschränkung: Bei Remigration zu kleineren Geschwindigkeiten wird sinnvollerweise $v > 0$ (Tiefenbereich) bzw. $v \geq 0$ (Zeitbereich) verlangt

³In der neuen Fortran90-Version werden grundsätzlich FD-Operatoren vierter Ordnung verwendet

- Die Koordinaten ξ und t bzw. τ werden mit j und i indiziert, die *offset*-Koordinate h mit dem Index l . Die zugehörigen Diskretisierungsintervalle werden mit $\Delta\xi$, Δt bzw. $\Delta\tau$ sowie mit Δh bezeichnet. Es gilt wieder $\xi = j\Delta\xi + \xi_0$ etc.
- Bei der MZO wird folgende Abkürzung verwendet:

$$\Upsilon = t^2 + \left(\frac{2h}{v}\right)^2 \quad (3.7)$$

Aufgelöst nach $p_{i,j}^{l+1}$ ergeben sich unter Anwendung der genannten Substitutionen und Notationen die folgenden beiden FD-Schemata:

Migration to zero-offset

$$\begin{aligned} p_{i,j}^{l+1} &= \frac{1}{\Delta h \Upsilon - h t \Delta t} \left[h t \Delta t \left(p_{i,j}^{l-1} - 2 p_{i,j}^l \right) + \frac{4 h t \Delta h^2}{v^2 \Delta t} \right. \\ &\times \left(p_{i+1,j}^l - 2 p_{i,j}^l + p_{i-1,j}^l \right) + \Upsilon \Delta h \left(p_{i+1,j}^{l+1} - p_{i+1,j}^l + p_{i,j}^l \right) \\ &\left. - \frac{h t \Delta h^2 \Delta t}{12 \Delta \xi^2} \left(16 \left\{ p_{i,j-1}^l + p_{i,j+1}^l \right\} - p_{i,j-2}^l - p_{i,j+2}^l - 30 p_{i,j}^l \right) \right] \quad (3.8) \end{aligned}$$

Dip moveout-Korrektur

$$\begin{aligned} p_{i,j}^{l+1} &= \left[\frac{h \Delta h^2 \Delta \tau}{12 \Delta \xi^2} \left(16 \left\{ p_{i,j-1}^l + p_{i,j+1}^l \right\} - p_{i,j-2}^l - p_{i,j+2}^l - 30 p_{i,j}^l \right) \right. \\ &\left. - h \Delta \tau \left(p_{i,j}^{l-1} - 2 p_{i,j}^l \right) - \tau \Delta h \left(p_{i+1,j}^{l+1} - p_{i+1,j}^l + p_{i,j}^l \right) \right] \frac{1}{h \Delta \tau - \tau \Delta h} \quad (3.9) \end{aligned}$$

Genau wie bei der Remigration in Abschnitt 3.1.1 sind die beiden FD-Schemata (3.8) und (3.9) semi-explizit: Auf der rechten Seite tritt jeweils ein Term $p_{i+1,j}^{l+1}$ auf. Die Sektion p^{l+1} läßt sich deshalb nicht vollständig aus der vorhergehenden Sektion p^l berechnen.

3.2.2 Implementierung der NMO-Korrektur

Die NMO-Korrektur ist zwar kein integraler Bestandteil des DMO-Prozesses, wurde aber dennoch in die Implementierung mit eingebunden. Damit ist ein direkter Vergleich der Ergebnisse der MZO mit Ergebnissen des NMO/DMO-Prozesses möglich, ohne auf externe Programme zurückgreifen zu müssen.

Ein weiteres Argument für die Einbindung der NMO ist die Tatsache, daß die vorhandenen, gängigen NMO-Programme in aller Regel *common-shot*-Anordnungen voraussetzen. Damit wäre zur Benutzung dieser Programme jedesmal ein Umsortieren der Daten zu *common-offset*-Anordnungen notwendig.

Zur Anwendung der bereits erwähnten NMO-Korrektur (2.58)

$$\tau^2 = t^2 - \frac{4h^2}{v^2}$$

wird folgendermaßen vorgegangen:

Die Geometrie des ursprünglichen, noch nicht NMO-korrigierten *common-offset*-Datensatzes bleibt erhalten, d. h., der Wertebereich für die korrigierten Laufzeiten τ ist identisch mit dem Wertebereich der unkorrigierten Laufzeiten t . Zuerst wird nun der Wertebereich für τ berechnet, für den Daten zur Verfügung stehen. Anschließend wird für jeden diskreten Punkt (jedes *sample*) τ_i in diesem Wertebereich der zugehörige Wert t_i berechnet. Dann wird zwischen den zwei um t_i liegenden *samples* linear interpoliert und das Resultat der korrigierten Laufzeit τ_i zugewiesen. Wo keine Daten zur Verfügung stehen, werden Nullen zugewiesen.

Zusätzlich wurden noch zwei weitere Möglichkeiten implementiert:

Die NMO-Korrektur verursacht eine Dehnung der Daten längs der Spuren, den sog. *pulse stretch*, der um so größer ausfällt, je größer der *offset* und je kleiner die Laufzeiten τ sind. Beim Stapeln (*stacking*) der Daten über alle vorhandenen *offsets* führt diese Dehnung zu einer Verschlechterung des Ergebnisses, deshalb wurde eine Möglichkeit implementiert, Gebiete mit zu großer Dehnung zu unterdrücken.

Wird die Länge des *wavelets* t_w im Eingangsdatensatz als Parameter angegeben, wird für jede korrigierte Laufzeit τ_i mittels (2.58) die zugehörige unkorrigierte Laufzeit t_i berechnet, daraus wiederum $t_i + t_w$ und die zugehörige Laufzeit $\tau^*(t_i + t_w)$. Gebiete, in denen $(\tau^* - \tau_i)/t_w > 1.25$ erfüllt ist, werden unterdrückt, d. h., der *pulse stretch* wird auf maximal 25% begrenzt. Dieser Prozeß wird im folgenden als *muting* bezeichnet.

Mit zunehmendem *offset* nehmen auch die Signallaufwege und die wegen $v = \text{const}$ dazu proportionalen Signallaufzeiten zu. Die Differenz zwischen *zero-offset*- und *common-offset*-Laufweg verursacht ein zusätzliches Abnehmen der aufgezeichneten Amplituden durch *geometrical spreading*. Diese Amplitudenabnahme kann optional durch eine Multiplikation des jeweiligen *samples* mit dem Faktor $\sqrt{t_i/\tau_i}$ (Linienquellen in 2D) bzw. t_i/τ_i (Punktquelle in 3D) korrigiert werden. Da diese im folgenden als *geometrical spreading*-Korrektur bezeichnete Operation für $\tau \rightarrow 0$ singularär wird, kann der Korrekturfaktor zusätzlich auf einen explizit angegebenen Maximalwert begrenzt werden. Wird die *geometrical spreading*-Korrektur gemeinsam mit dem beschriebenen *muting* verwendet, treten generell keine Singularitäten auf.

3.2.3 Implementierung der DMO und MZO

Für die Implementierung gilt im wesentlichen das für das Remigrationproblem in Abschnitt 3.1.2 Ausgeführte. An den Rändern des hier dreidimensionalen Rechenraums wird wieder die *zero-slope condition* angewendet. Vor dem ersten *offset*-Schritt wird als Anfangswert

$p^0 \equiv p^1$ gesetzt, d. h., auch in *offset*-Richtung wird die *zero-slope condition* angewendet. Eine automatische Verkleinerung des Rechenraums wie bei der Remigration ist nicht vorgesehen.

Im Gegensatz zur Remigration, bei der zu kleineren oder größeren Geschwindigkeiten gerechnet werden kann, wurde für die DMO/MZO nur die Propagation zu kleineren *offsets* implementiert, wobei die *offset*-Schrittweite Δh so berechnet wird, daß für den größten im Eingangsdatensatz vorkommenden *offset* h_{\max} die gewünschte Zahl von Rechenschritten durchgeführt wird. Für kleinere *offsets* h_i werden dann entsprechend weniger, aber gleich große *offset*-Schritte berechnet. Um eine einheitliche Geometrie der Ausgabe zu erhalten, wird für $h_{\max} \geq h > h_i$ ggf. mit Nullen aufgefüllt. Dadurch ist ein problemloses *stacking* der Ergebnisse möglich. Die Propagation endet generell bei $h \approx 0$.

Die Arbeitsrichtung ist durch die Vorgabe von $\Delta h < 0$ eindeutig festgelegt: Die FD-Schemata sind nur stabil, wenn von größeren zu kleineren Laufzeiten t bzw. τ vorgegangen wird. Damit ist auch geklärt, welche Werte wegen des semi-expliziten Charakters der FD-Schemata (3.8) und (3.9) nach jedem *offset*-Schritt neu vorgegeben werden müssen. Es handelt sich dabei um die Werte $p_{i_{\max},j}^{l+1}$. Sie werden derzeit wie bei der Remigration im ersten Schritt auf $p_{i_{\max},j}^0$ gesetzt und im folgenden nicht mehr verändert.

Die bislang genannten Annahmen haben sich in den bisherigen numerischen Experimenten als unkritisch erwiesen. Während sich die DMO-Korrektur als sehr stabil erwiesen hat, konnten mit dem reinen MZO-Prozeß bislang keine brauchbaren Ergebnisse erzielt werden. Mit allen bisher getesteten Parameterkombinationen ist der MZO-Prozeß instabil, was sich durch Auftreten extrem hochfrequenter Artefakte äußert, die explosionsartig zunehmen und alle Nutzinformation überdecken. Um die Stabilität des MZO-Prozesses zu erzwingen, wurde ein Glättungsoperator implementiert, der nach jedem *offset*-Schritt angewendet wird. Der Glättungsoperator ist in Anhang B beschrieben, seine Auswirkung auf die Stabilität des Prozesses und die Qualität des Ergebnisses ist in Abschnitt 5.2 beschrieben.

Die Implementierung der NMO/DMO/MZO wurde in Fortran90 realisiert. Wie bei der Remigration werden dabei zur Ein- und Ausgabe und zur Parameterübergabe Programme des SEPlib-Pakets verwendet. Die einzelnen Prozesse NMO, DMO und MZO können einzeln oder kombiniert (NMO/DMO) angewendet werden. Die möglichen Anwendungen sind in Abb. 3.1 schematisch dargestellt. Da auch verschiedene *stacking*-Möglichkeiten mit eingebaut wurden, kann eine Vielzahl von unterschiedlichen Ein- und Ausgabeformaten gewählt werden:

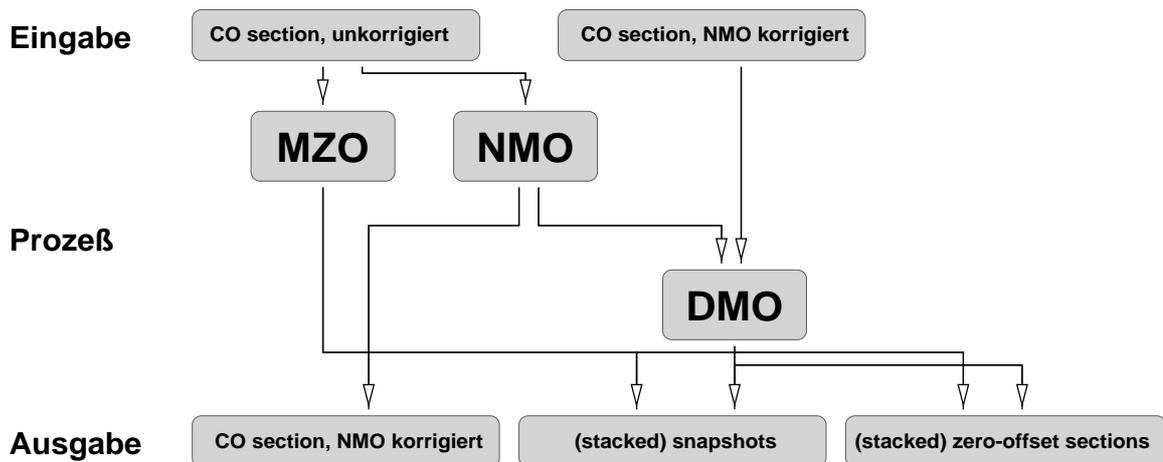


Abbildung 3.1: Mögliche Anwendung des NMO/DMO/MZO-Programms.

- Eingabe:
 - beliebig viele *common-offset gather* $p(t, \xi)$, nicht NMO-korrigiert
 - beliebig viele *common-offset gather* $p(\tau, \xi)$, NMO-korrigiert
- Ausgabe:
 - NMO-korrigierte *common-offset gather* $p(\tau, \xi)$
 - *Prestack snapshots* des MZO-Prozesses $p(t, \xi, h, h_0)$, wobei hier und im folgenden h die Propagationsvariable in *offset*-Richtung ist, h_0 hingegen der *offset* der jeweiligen ursprünglichen *common-offset section*.
 - *Poststack snapshots* des MZO-Prozesses $p(t, \xi, h)$. Summiert wird dabei über alle *offsets* h_0 .
 - *Prestack zero-offset sections* $p(t, \xi, h = 0, h_0)$
 - *Poststack zero-offset section* $p(t, \xi, h = 0)$, summiert über alle h_0 .
 - *Prestack snapshots* des DMO-Prozesses $p(\tau, \xi, h, h_0)$
 - *Poststack snapshots* des DMO-Prozesses $p(\tau, \xi, h)$
 - *Prestack zero-offset sections* $p(\tau, \xi, h = 0, h_0)$
 - *Poststack zero-offset section* $p(\tau, \xi, h = 0)$

Hier eine Zusammenfassung der weiteren Eigenschaften des Programms:

- Die Geometrie des Eingangssatzenes wird erhalten. Je nach gewähltem Ausgabeformat wird eine zusätzliche *offset*-Achse mit einer frei wählbaren Zahl von Schritten hinzugefügt. Die Zahl der *offset*-Schritte bei der Berechnung kann unabhängig davon gewählt werden.

- Bei der NMO-Korrektur kann eine *geometrical spreading*-Korrektur durchgeführt werden. Der Korrekturfaktor kann auf einen Maximalwert begrenzt werden.
- Regionen mit einem *pulse stretch* über 25% können bei der NMO unterdrückt werden. Dazu muß die Länge des *wavelets* angegeben werden.
- Der MZO-Prozeß kann mit Hilfe eines Glättungsparameters stabilisiert werden.

Kapitel 4

Anwendung der Remigration

4.1 Synthetischer 2D-Datensatz

Zu Testzwecken und zum Vergleich der Remigrationsergebnisse mit den Ergebnissen verschiedener Migrationsverfahren wurde ein zweidimensionales Modell definiert, das die Voraussetzung einer konstanten Modellgeschwindigkeit exakt erfüllt: Das in Abb. 4.1 dargestellte Modell besteht aus fünf Schichten unterschiedlicher Dichte, aber identischer Geschwindigkeit. Dabei wurde auf eine geologisch plausible Form der Reflektoren Rücksicht genommen.

Mit Hilfe eines Programms, das auf der *exploding reflector*-Methode basiert, wurde ein *zero-offset*-Datensatz zu diesem Modell generiert. Das Resultat ist in Abb. 4.2a dargestellt. Der Datensatz weist eine Samplingrate von 1.3 ms und 120 Spuren im Abstand von 50 m auf. Die Hauptfrequenz des gewählten *wavelets* beträgt 30 Hz. Dieses Modell und der beschriebene *zero-offset*-Datensatz wurden bereits von Jaya et al. [JSH96] verwendet, somit ist ein unmittelbarer Vergleich der ursprünglichen Implementierung mit der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Implementierung möglich.

Mit der gewählten *zero-offset*-Konfiguration können nicht alle Reflektoren vollständig beleuchtet werden, dies gilt insbesondere für stark geneigte Reflektorabschnitte. Da die Information über derartige Reflektorabschnitte definitiv nicht im Datensatz enthalten ist, können diese naturgemäß mit keinem Abbildungsverfahren rekonstruiert werden.

Im folgenden wird dieser Datensatz zur Remigration im Zeit- und Tiefenbereich verwendet, wobei im Zeitbereich direkt auf den *zero-offset*-Datensatz zurückgegriffen wird. Im Tiefenbereich hingegen muß erst ein (konventionell) tiefenmigriertes Abbild erzeugt werden.

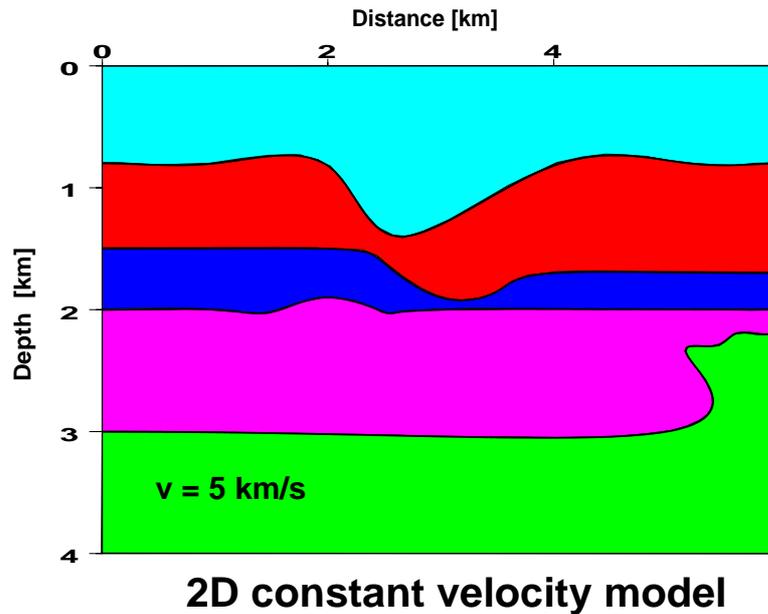


Abbildung 4.1: Zweidimensionales Modell mit Dichtekontrasten und $v = 5$ km/s.

4.1.1 Remigration im Zeitbereich

Der synthetische Datensatz wurde in 2000 Geschwindigkeitsschritten von $v = 0$ km/s bis $v = 6$ km/s im Zeitbereich remigriert. Dabei wurden „normale“ Geschwindigkeit und FD-Operatoren maximal vierter Ordnung verwendet. Der Vergleich mit Ergebnissen, die mit Operatoren zweiter Ordnung und/oder quadratischer Geschwindigkeit berechnet wurden, liefert keine nennenswerten Unterschiede und ist deshalb im folgenden auch nicht weiter ausgeführt. Lediglich die Stabilität ist bei quadratischer Geschwindigkeit etwas besser, es kann mit etwas größeren Schrittweiten Δv bzw. $\Delta \omega$ gerechnet werden.

Die letzte Sektion des beschriebenen Remigrationsergebnisses¹, also das Remigrationsergebnis für $v = 6$ km/s wurde als (mit falscher Geschwindigkeit) zeitmigriertes Abbild aufgefaßt und in einem weiteren Remigrationsprozeß von $v = 6$ km/s wieder zurück zu $v = 0$ km/s remigriert. Dabei wurden die gleichen Parameter wie bei der ersten Remigration verwendet, lediglich das Vorzeichen der Schrittweite und die Anfangsgeschwindigkeit wurden verändert.

Die so erzeugten beiden Remigrationsergebnisse werden im folgenden auf Ihre Eigenschaften untersucht:

Als erstes wird die innere Konsistenz des Remigrationsverfahrens überprüft. Dazu wird aus dem zweiten Remigrationsergebnis, also dem in Richtung kleinerer Geschwindigkeiten berechneten, die Sektion für $v = 0$ km/s extrahiert. Dieser hier als *pseudo zero-offset section* bezeichnete Datensatz müßte – zumindest kinematisch – der ursprünglichen *zero-offset*

¹Von der genannten Sektion wurden die erste und letzte Spur, sowie das jeweils erste und letzte Zeitsample entfernt. Dadurch wird der Einfluß von Artefakten an den Rändern eliminiert.

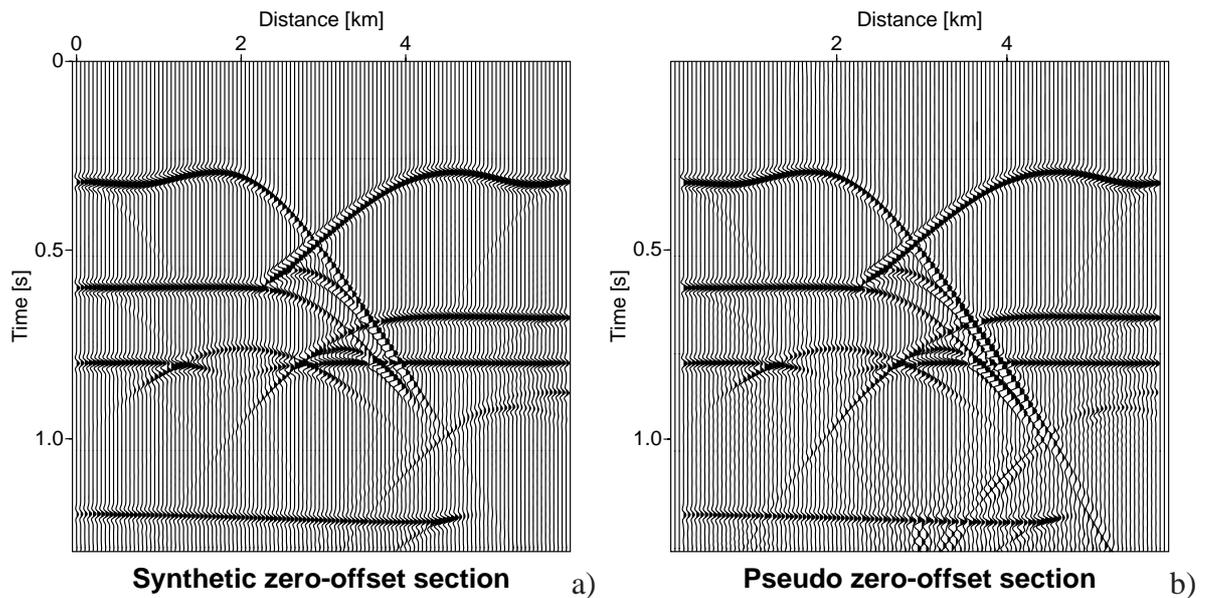


Abbildung 4.2: Synthetischer 2D-Datensatz: a) *Zero-offset section*, b) *pseudo zero-offset section* nach zweimaliger Remigration.

section entsprechen. In Abb. 4.2 sind diese beiden Sektionen gegenüber gestellt. Abgesehen von Artefakten, die durch Gitterdispersion und Einflüsse der Ränder entstehen, sind die beiden Sektionen kinematisch äquivalent.

Als nächster Schritt wird aus dem ersten Remigrationsergebnis ($\Delta v > 0$) die Sektion für die tatsächliche Modellgeschwindigkeit $v = 5$ km/s entnommen und mit den Ergebnissen verschiedener Migrationsverfahren verglichen. Abb. 4.3 zeigt die Ergebnisse der Remigration, einer *phase shift migration*, einer Migration in der t - k -Domäne und schließlich noch einer Kirchhoff-Zeitmigration für die Modellgeschwindigkeit $v = 5$ km/s. Die Ergebnisse sind kinematisch im wesentlichen identisch. Jedes Verfahren verursacht auf seine Art Artefakte: So tritt bei der Remigration beispielsweise eine relativ starke Dispersion im Bereich steiler Flanken auf, während die beiden mit diskreten Fourier-Transformationen arbeitenden Verfahren (*phase shift migration*, Migration in der t - k -Domäne) *aliasing*-Effekte aufweisen.

Schließlich sind in Abb. 4.4 Schnappschüsse des Remigrationsprozesses mit $\Delta v > 0$ dargestellt. Anhand dieser Darstellung kann die kontinuierliche Veränderung, oder anders formuliert, die Propagation der abgebildeten Reflektoren mit zunehmender Geschwindigkeit beobachtet werden.

Besonders interessant sind hierbei die Triplikationen, die vor allem der erste Reflektor des Modells verursacht. Die Triplikationen verschwinden mit zunehmender Geschwindigkeit. Bei der wahren Modellgeschwindigkeit werden die Reflektoren – mit Ausnahme der unbeleuchteten Reflektorabschnitte – kontinuierlich und an den korrekten Lokationen abgebildet. Nach Überschreiten der wahren Modellgeschwindigkeit treten die aus der konventionellen Migration wohlbekannt hyperbelartigen *smiles* auf, die eine zu große (Re-

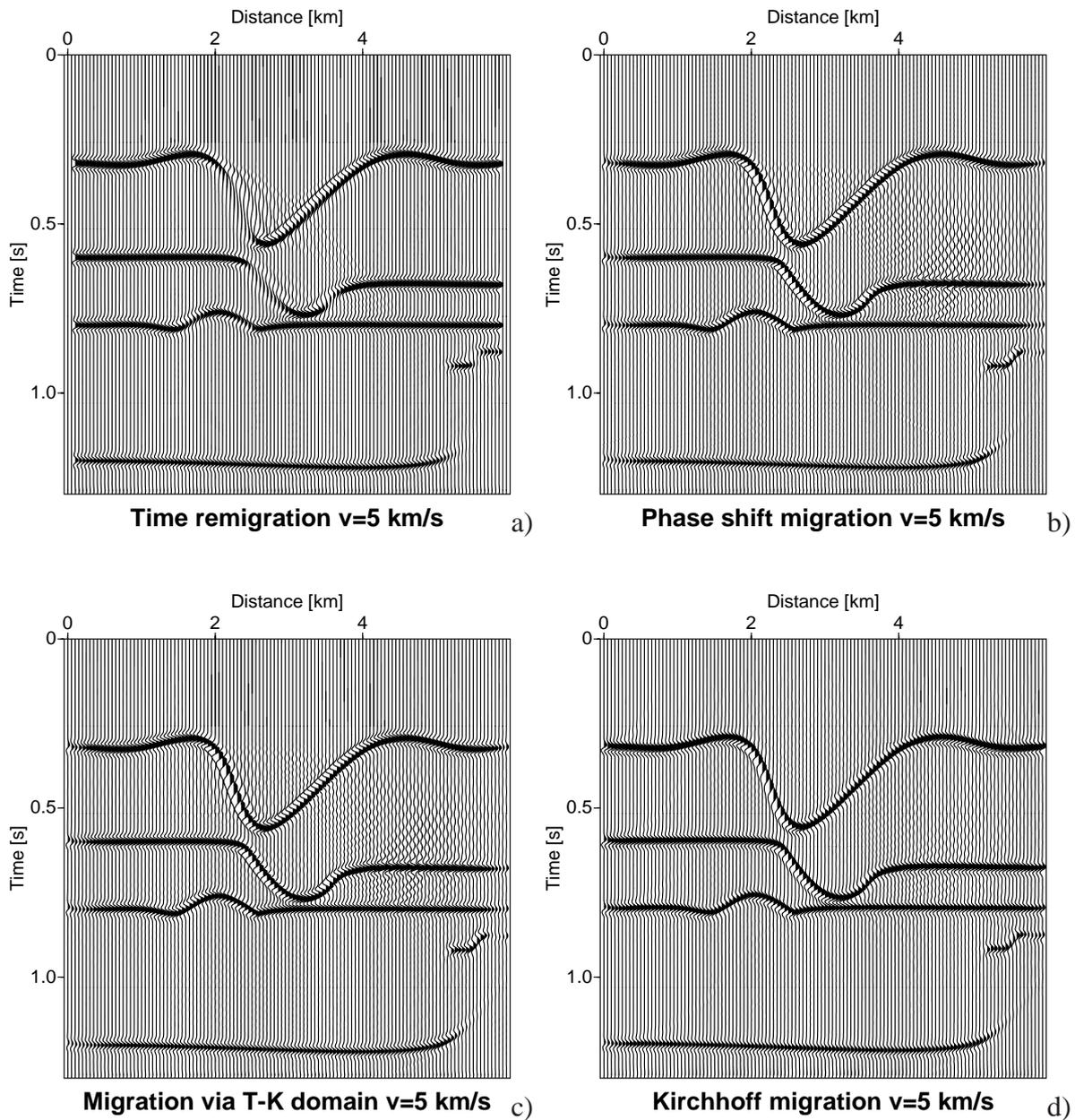


Abbildung 4.3: Synthetischer 2D Datensatz: Ergebnisse für $v = 5$ km/s durch a) Zeitremigration, b) *phase shift migration*, c) Migration in der t - k -Domäne und d) Kirchhoff-Migration im Zeitbereich.

)Migrationsgeschwindigkeit anzeigen.

Diffractionen und Triplikationen im Datensatz erweisen sich als gute Indikatoren für die Qualität des erzeugten Abbilds. Anhand derartiger Strukturen kann die optimale konstante (Re-)Migrationsgeschwindigkeit aus den remigrierten Sektionen bestimmt werden: Triplikationen müssen bei der optimalen Geschwindigkeit verschwinden, Diffractionen zu Punkten kollabieren. Letzteres tritt bei der numerischen Lösung natürlich nicht exakt ein, tatsächlich schrumpfen die Diffractionshyperbeln zu kleinen, horizontalen Objekten zusammen.

Der Frequenzgehalt der zeitremigrierten Sektionen hängt praktisch nicht von der momentanen Remigrationsgeschwindigkeit ab. Dies ist – wie sich bei der Remigration im Tiefenbereich noch zeigen wird – offenbar eine wesentliche Voraussetzung für die Stabilität der Zeitremigration in *beide* Propagationsrichtungen, die gemäß Abb. 4.2 offensichtlich erfüllt ist.

Ferner sollte nicht unerwähnt bleiben, daß zur Berechnung der (konventionellen) Migrationsergebnisse in Abb. 4.3 jeweils etwa soviel Rechenzeit benötigt wurde, wie zur Berechnung der gesamten 2000 Remigrationsschritte, von denen 25 abgespeichert, und daraus wiederum 12 in Abb. 4.4 dargestellt worden sind.

4.1.2 Remigration im Tiefenbereich

Mit Hilfe einer *phase shift migration* wurde aus der synthetischen *zero-offset section* in Abb. 4.2a ein mit der falschen Geschwindigkeit $v = 4$ km/s zeitmigriertes Abbild erzeugt, das anschließend gemäß Gleichung (2.27) in den Tiefenbereich transformiert wurde. Ferner wurden am unteren Rand des Migrationsergebnisses noch einige numerische Artefakte abgeschnitten.

Wie bereits in Abschnitt 3.1.2 erwähnt, verursacht der semi-explizite Charakter der FD-Schemata (3.3) – (3.6) Probleme am – je nach Propagationsrichtung – oberen bzw. unteren Rand des Rechenraums. Im Tiefenbereich ist eine hauptsächlich vertikale Propagation der Abbilder zu erwarten, so daß auch eine Propagation von abgebildeten Reflektoren zum kritischen oberen bzw. unteren Rand des Rechenraums auftreten kann. Dies verursacht erhebliche Artefakte, die allerdings bei weiter fortschreitender Propagation wieder verschwinden und die Stabilität des Prozesses nicht wesentlich beeinflussen.

Um derart verursachte Artefakte zu vermeiden, wurde das tiefenmigrierte Abbild mit Nullen ergänzt, so daß der Rechenraum eine ausreichende Größe erhält, um sämtliche Reflektoren bei allen betrachteten Geschwindigkeiten zu umschließen.

Das so vorbereitete tiefenmigrierte Abbild ist in Abb. 4.5a dargestellt. Dieser Datensatz wurde in 2000 Schritten von $v = 4$ km/s bis $v = 6$ km/s tiefenremigriert, und zwar mit „normaler“ Geschwindigkeit und FD-Operatoren maximal vierter Ordnung². Das Ergebnis

²Wie schon bei der Remigration im Zeitbereich ergeben sich mit Operatoren maximal zweiter Ordnung

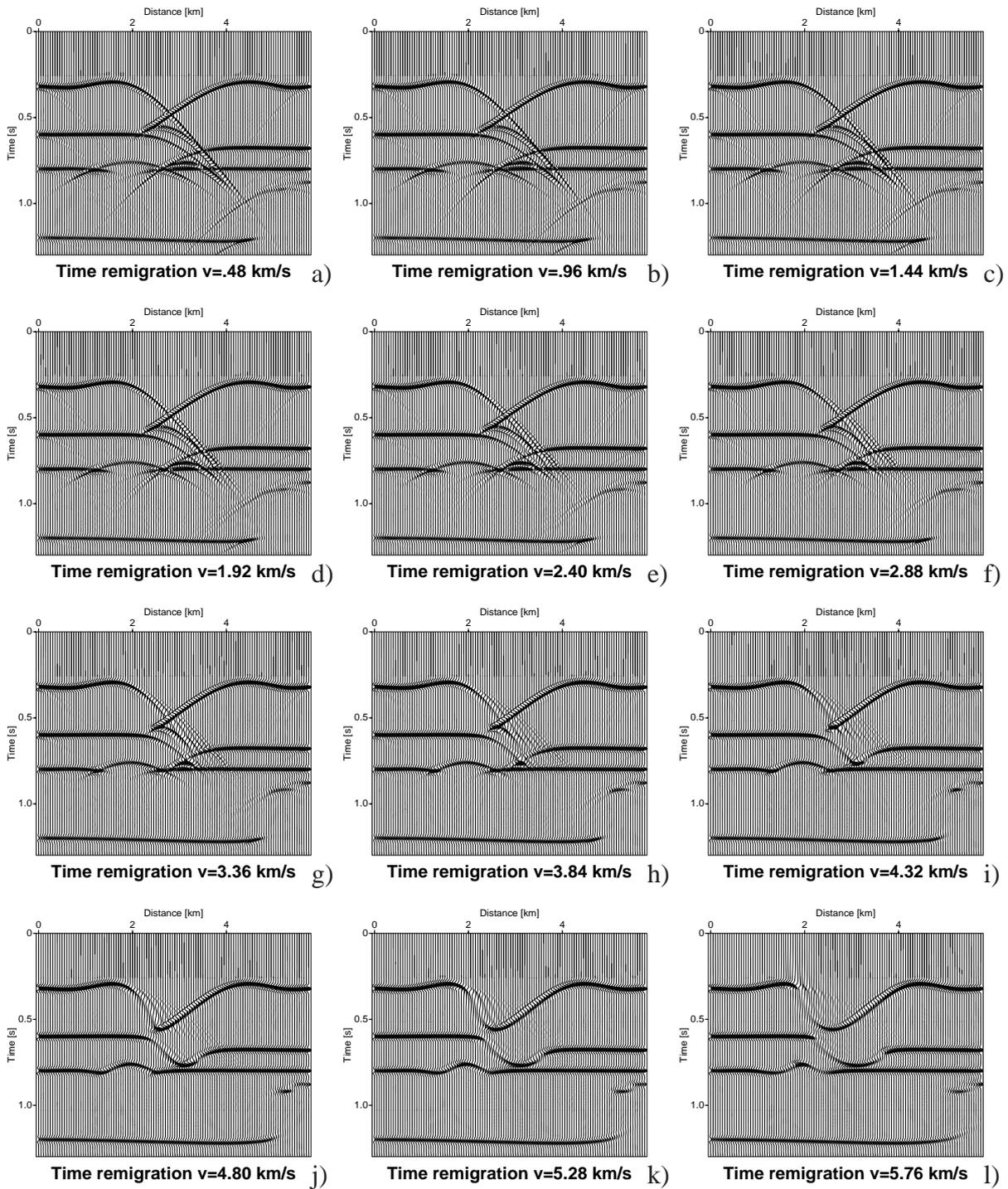


Abbildung 4.4: Synthetischer 2D Datensatz: Zeitremigrierte Sektion bei $v =$ a) 480, b) 960, c) 1440, d) 1920, e) 2400, f) 2880, g) 3360, h) 3840, i) 4320, j) 4800, k) 5280 und l) 5760 m/s.

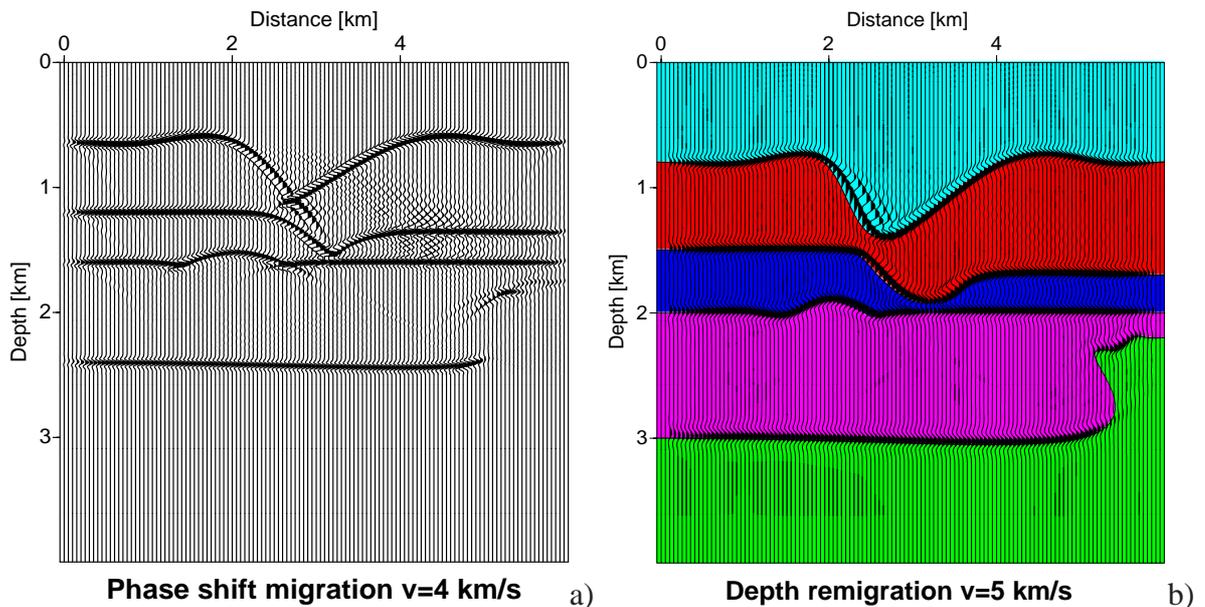


Abbildung 4.5: Synthetischer 2D-Datensatz: a) Ergebnis einer *phase shift migration* mit $v = 4$ km/s nach Transformation in den Tiefenbereich, b) Ergebnis der Tiefenremigration für $v = 5$ km/s mit unterlegtem Modell.

für die wahre Modellgeschwindigkeit ist in Abb. 4.5b dargestellt, weitere Schnappschüsse des Remigrationsprozesses in Abb. 4.6.

Anhand des unterlegten Modells läßt sich in Abb. 4.5b leicht erkennen, daß die beleuchteten Reflektorabschnitte bei der wahren Modellgeschwindigkeit kinematisch korrekt abgebildet werden. Wie bei der Remigration im Zeitbereich treten in der Umgebung steiler Flanken dispersionsbedingte Artefakte auf.

Bei der Betrachtung der Schnappschüsse in Abb. 4.6 fällt auf, daß das *wavelet* mit zunehmender Geschwindigkeit immer mehr gedehnt wird. Dieser auch bei konventionellen Migrationsverfahren auftretende sogenannte *pulse stretch* hat erhebliche Konsequenzen für die Stabilität der hier verwendeten FD-Verfahren: Bei der Tiefenremigration zu kleineren Geschwindigkeiten wird der *pulse stretch* umgekehrt, die Frequenz des *wavelets* steigt mit abnehmender Geschwindigkeit, ebenso die Frequenz des unvermeidlichen Rauschens im Datensatz. Da durch die diskrete Darstellung eine maximale repräsentierbare Frequenz vorgegeben ist, führt dies in aller Regel zur Instabilität des Prozesses. Numerische Experimente haben ergeben, daß nach einer Verkleinerung der Geschwindigkeit um maximal etwa 10% die Nutzinformation im Datensatz durch höchstfrequentes Rauschen überdeckt wird: Die Amplituden steigen explosionsartig, das Vorzeichen wechselt von *sample* zu *sample* längs jeder Spur.

Enthält der Ausgangsdatsatz selbst schon Rauschen oder hochfrequente Artefakte, ist eine Remigration zu kleineren Geschwindigkeiten nicht mehr möglich. Ein Beispiel für die

und/oder (in diesem Fall) logarithmischer Geschwindigkeit keine nennenswerten Unterschiede.

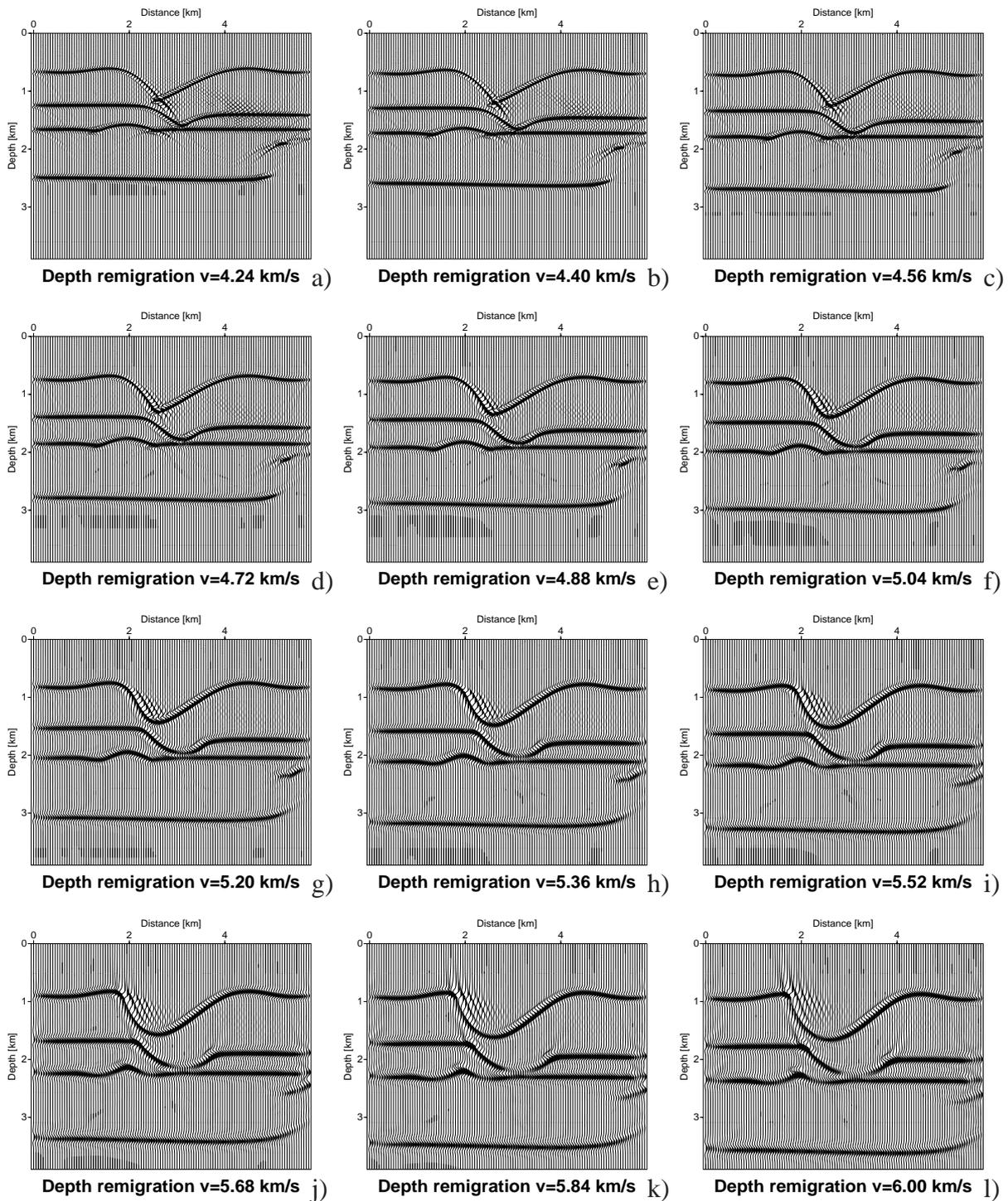


Abbildung 4.6: Synthetischer 2D Datensatz: Tiefenremigrierte Sektion bei $v =$ a) 4240, b) 4400, c) 4560, d) 4720, e) 4880, f) 5040, g) 5200, h) 5360, i) 5520, j) 5680, k) 5840 und l) 6000 m/s.

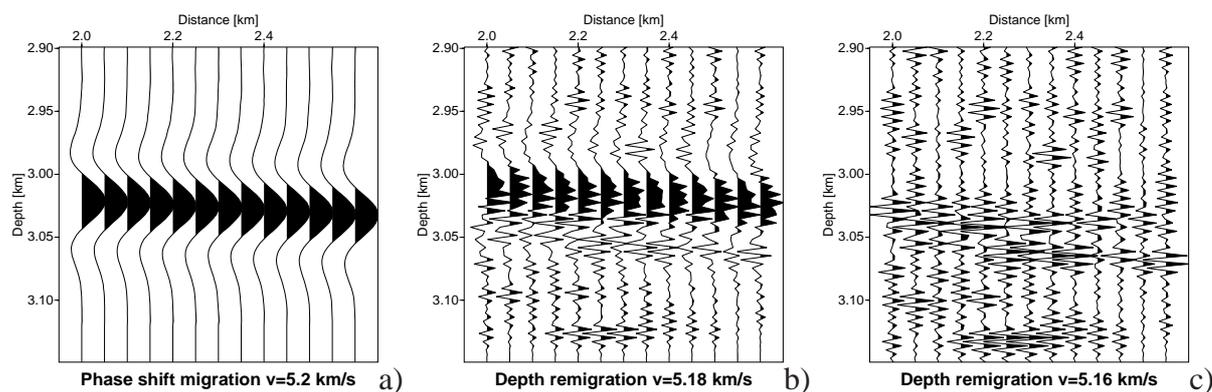


Abbildung 4.7: Synthetischer 2D Datensatz: a) Detail aus dem Ergebnis einer *phase shift migration* für $v = 5.2$ km/s nach Transformation in den Tiefenbereich, Details der tiefenremigrierten Sektionen für b) 5.18 und c) 5.16 km/s.

Instabilität ist in Abb. 4.7 für das Ergebnis einer *phase shift migration* mit $v = 5.2$ km/s dargestellt. Bereits nach geringer Geschwindigkeitsänderung überwiegt das Rauschen. Diese Remigration wurde in 400 Schritten a 0.125 m/s durchgeführt.

Die benötigte Rechenzeit entspricht etwa den Rechenzeiten bei der Zeitremigration. Als Kriterien für die Qualität des Abbilds können wieder das Verschwinden von Triplikationen, die Kontinuität der abgebildeten Reflektoren und das Kollabieren von Diffraktionen herangezogen werden.

4.2 Marmousi 3D overthrust model

Nach dem synthetischen Datensatz in Abschnitt 4.1, bei dem die Voraussetzung eines homogenen Modells exakt erfüllt ist, wird im folgenden untersucht, wie sich die Remigration bei Anwendung auf inhomogene Modelle verhält. Hierzu werden zwar synthetische, aber sehr komplexe Datensätze verwendet, die für das Marmousi 3D *overthrust model* generiert wurden. Dieses in Abb. 4.8 dargestellte Modell wurde am Institut Français du Pétrole und am Netherlands Institute of Applied Geoscience TNO mit Hilfe von GOCAD entwickelt.

Das Modell weist erhebliche, auch laterale, Inhomogenitäten auf. Die Geschwindigkeit variiert zwischen 2.2 und 6 km/s. Damit ist die Voraussetzung eines homogenen Geschwindigkeitsmodells erheblich verletzt.

Zum Marmousi 3D *overthrust model* liegt ein Datensatz mit einer irregulärer Anordnung von *zero-offset* und *near-offset traces* vor. Alle Spuren weisen 350 *samples* mit einem Abstand von 8 ms auf. Da das Remigrationsprogramm eine reguläre Geometrie der Daten voraussetzt, mußte dieser Datensatz entsprechend vorbearbeitet werden:

Zuerst wurden alle *near-offset traces* aussortiert. Um einen Überblick über die Verteilung der verbliebenen *zero-offset traces* zu bekommen, ist diese in Abb. 4.9 dargestellt. In dieser

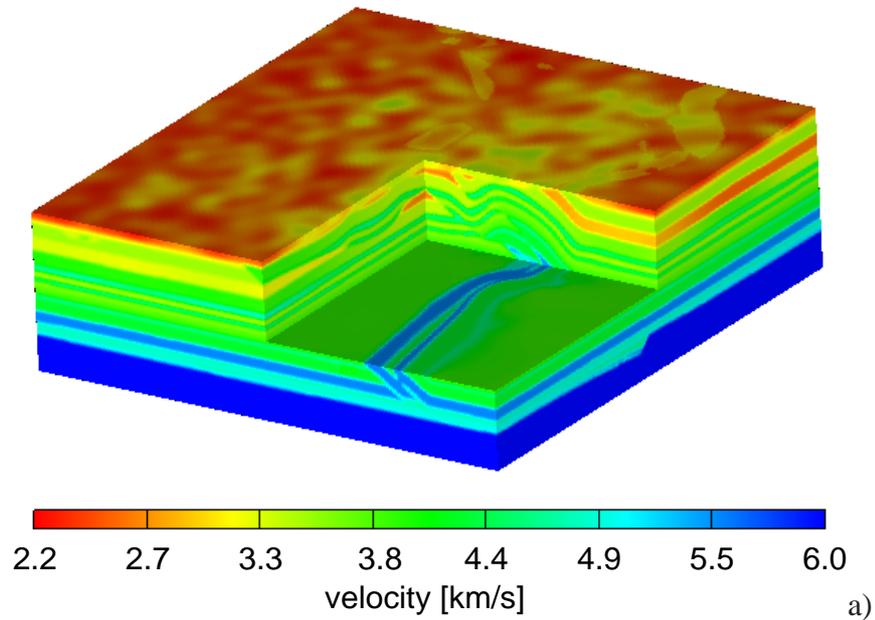
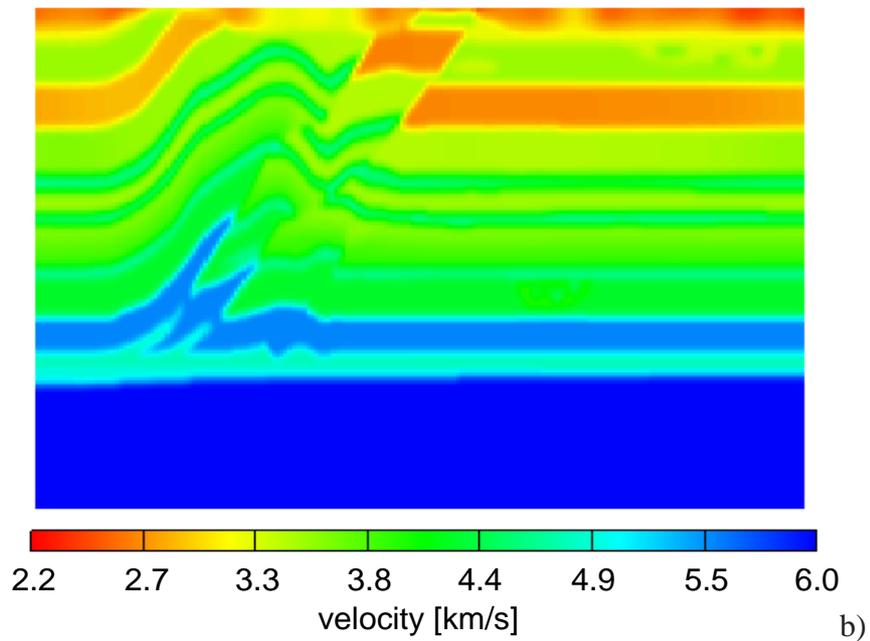
Marmousi 3D overthrust model**Marmousi 3D overthrust model**

Abbildung 4.8: Marmousi 3D *overthrust model*: a) Gesamtansicht und b) Schnitt längs der Profillinie des verwendeten 2D Datensatzes.

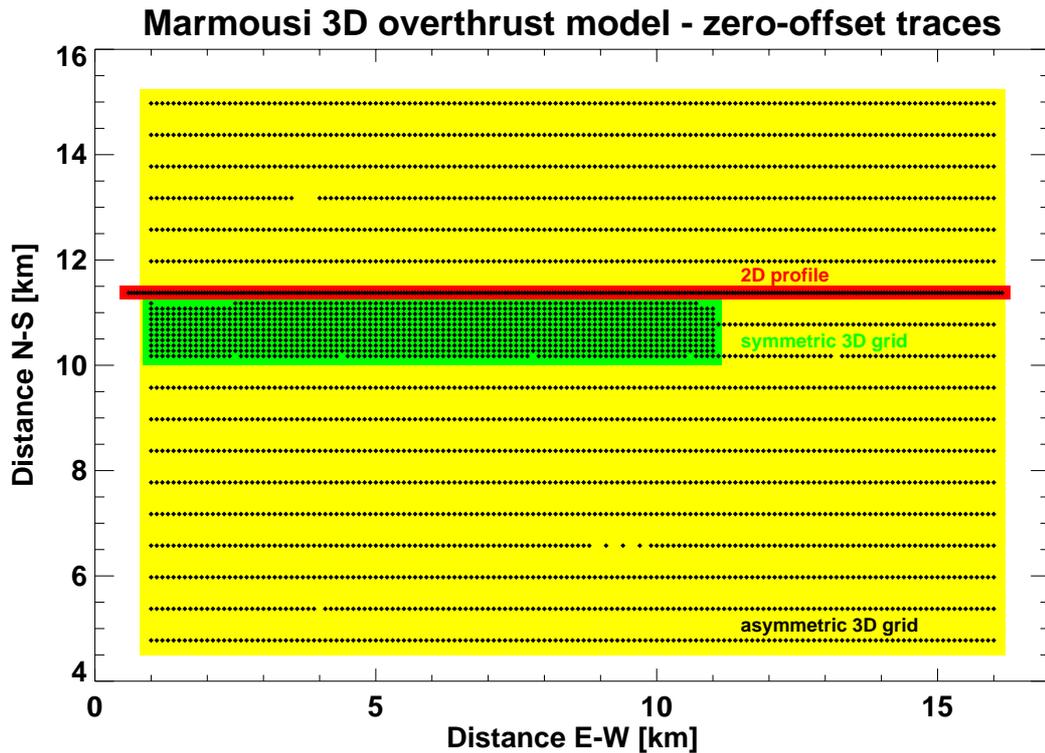


Abbildung 4.9: Marmousi 3D *overthrust model*: Anordnung der vorhandenen *zero-offset traces*.

Darstellung zeichnen sich drei Regionen ab, für die Datensätze mit regulärer Geometrie extrahiert werden können:

- Eine Profillinie in Ost-West-Richtung mit 312 Spuren im Abstand von 50 m, die im folgenden als 2D Datensatz bezeichnet wird.³
- Ein 3D Datensatz mit 18 Profillinien in Ost-West-Richtung im Abstand von 600 m, in jeder Profillinie liegen 151 Spuren im Abstand von 100 m. Dieser Datensatz wird im folgenden als asymmetrischer 3D Datensatz bezeichnet.
- Ein 3D Datensatz mit 11 Profillinien in Ost-West-Richtung im Abstand von 100 m, in jeder Profillinie liegen 101 Spuren im Abstand von ebenfalls 100 m. Dieser Datensatz wird im folgenden als symmetrischer 3D Datensatz bezeichnet.

Obwohl es sich um synthetische Daten handelt, fehlen einige Spuren in den drei gewählten Teildatensätzen. Ferner hat sich bei der Betrachtung der Daten gezeigt, daß einzelne Spuren unbrauchbar sind. Die als unbrauchbar erkannten Spuren wurden durch leere Spuren ersetzt. Im nächsten Bearbeitungsschritt wurden fehlende und leere Spuren entweder durch benachbarte Spuren ersetzt, oder – soweit möglich – aus zwei benachbarten Spuren

³Da dieser Datensatz für das 3D Modell berechnet wurde, entspricht er nicht dem Ergebnis, das sich für eine 2D Berechnung mit dem in Abb. 4.8b gezeigten Modell ergeben würde.

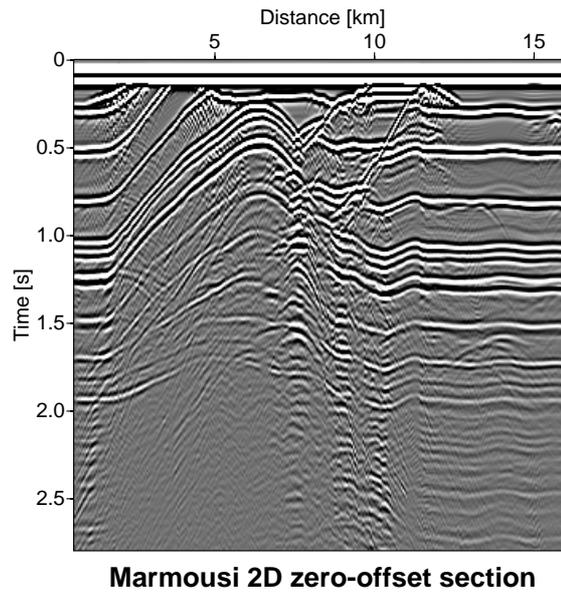


Abbildung 4.10: Marmousi 2D Datensatz: *Zero-offset section*.

linear interpoliert, so daß schließlich alle drei Teildatensätze vollständig mit verwendbaren Spuren ausgefüllt sind.

Die drei extrahierten Datensätze werden jeweils im Zeitbereich remigriert. Dabei kann auf eine vorhergehende konventionelle Migration verzichtet werden. Da migrierte Abbilder im Tiefenbereich erheblich sensibler auf Veränderungen im Geschwindigkeitsmodell reagieren als im Zeitbereich, scheint eine Remigration im Tiefenbereich nicht sinnvoll.

4.2.1 2D Datensatz

Dieser relativ hochauflösende Datensatz wurde mit „normaler“ Geschwindigkeit und FD-Operatoren maximal vierter Ordnung in 6000 Schritten a 1 m/s zeitremigriert. Damit werden alle im Modell vorkommenden Geschwindigkeiten abgedeckt. Der *zero-offset*-Datensatz ist in Abb. 4.10 dargestellt. Ausschnitte aus einigen Schnappschüssen des Remigrationsergebnisses werden in Abb. 4.11 gezeigt.

In den Schnappschüssen lassen sich grob drei Regionen unterscheiden, die im Verlauf des Remigrationsprozesses ein unterschiedliches Verhalten zeigen:

- Gebiete mit weitgehend horizontalen Ereignissen zeigen – genau wie dies auch bei einer konventionellen Zeitmigration der Fall ist – keinerlei Veränderungen.
- Geneigte Ereignisse bei Laufzeiten über etwa 0.5 s verschwinden mit zunehmender Geschwindigkeit. Der Überbau ist dort offenbar zu komplex und inhomogen und läßt eine Näherung durch ein homogenes Modell nicht mehr zu. Hier liefert das vorliegende FD-Verfahren zwar keine Abbilder mehr, dafür aber die Information, daß die

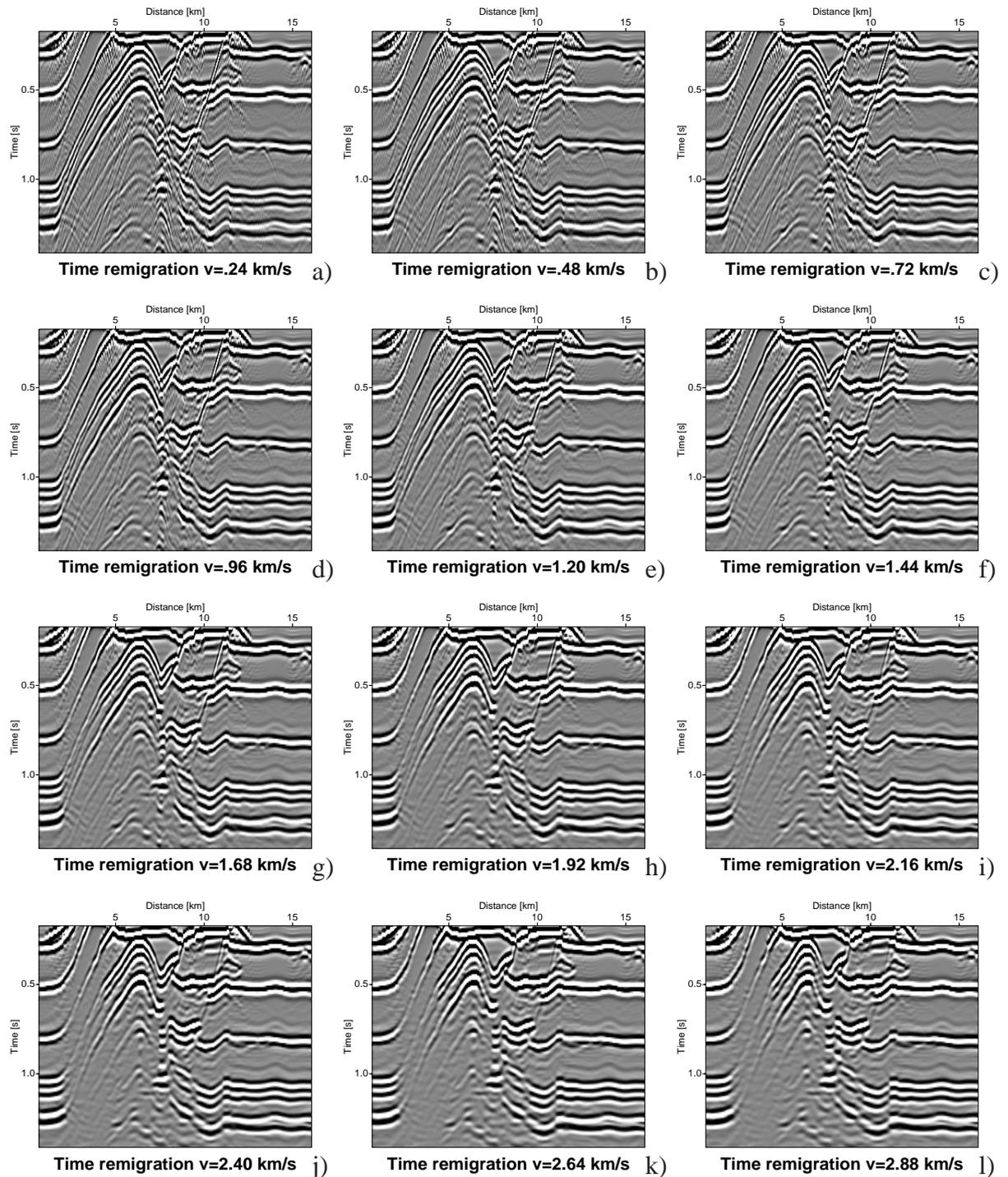


Abbildung 4.11: Marmousi 2D Datensatz: Zeitremigrierte Sektion bei $v =$ a) 240, b) 480, c) 720, d) 960, e) 1200, f) 1440, g) 1680, h) 1920, i) 2160, j) 2400, k) 2640 und l) 2880 m/s.

Voraussetzung der Homogenität zu stark verletzt wird.

- Im oberflächennahen Bereich unter etwa 0.5 s ergeben sich plausible Abbilder der Reflektoren. Triplikationen bei etwa (0.46 s, 7.6 km) lassen hier eine Abschätzung der optimalen konstanten Migrationsgeschwindigkeit zu: Ein kontinuierliches Abbild der Triplikationen und der benachbarten trogartigen Struktur ergibt sich bei $v \approx 2.9 - 3.3$ km/s, während die Modellgeschwindigkeiten in diesem Bereich zwischen 3.2 und 3.7 km/s liegen.

In schwach inhomogenen Modellen liefert die Remigration im Zeitbereich demnach plausible und interpretierbare Ergebnisse, obwohl sie für konstante Geschwindigkeit hergeleitet wurde. Eine zu starke Inhomogenität des Modells wird durch das Verschwinden geneigter Abbilder angezeigt.

4.2.2 Asymmetrischer 3D Datensatz

Es ist eigentlich nicht gerechtfertigt, diesen Datensatz als 3D Datensatz zu bezeichnen. Wie bereits in Abb. 4.9 zu erkennen ist, liegen die einzelnen Profillinien mit 600 m zu weit auseinander, um noch brauchbare Informationen in *cross-line*-Richtung zu erhalten.

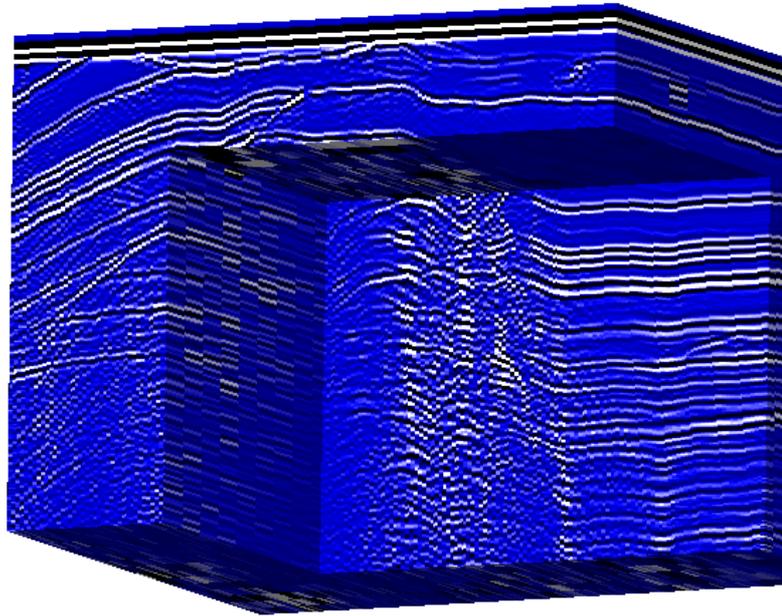
Es wurde daher versucht, zwischen benachbarten Profillinien jeweils drei zusätzliche Profillinien durch Interpolation zu erzeugen, so daß sich ein Spurabstand von 100×150 m² ergibt. Die Kohärenz der Ereignisse hat sich in *cross-line*-Richtung an vielen Stellen jedoch als so gering erwiesen, daß weder mit linearer Interpolation noch mit bikubischer Spline-Interpolation zusammenhängende Abbilder zwischen den Profillinien zustande kamen. Ein weiterer Interpolationsversuch im Frequenzbereich blieb ebenfalls erfolglos.

Schließlich wurde die Zeitremigration auf den ursprünglichen *zero-offset*-Datensatz ohne zusätzliche interpolierte Profillinien angewendet. Eine Ansicht dieses Datensatzes ist in Abb. 4.12a dargestellt⁴. Die geringe Auflösung des Datensatzes in Ost-West- und vor allem in Nord-Süd-Richtung läßt leider nur wenige interessante Details wie Triplikationen erkennen.

Diese *zero-offset section* wurde in 1000 Schritten a 6 m/s von $v = 0$ km/s bis $v = 6$ km/s mit „normaler“ Geschwindigkeit und FD-Operatoren maximal vierter Ordnung remigriert. Das vierdimensionale Ergebnis ist auf Papier praktisch nicht vollständig darstellbar, daher ist in Abb. 4.12b nur eine Ansicht eines einzigen Schnappschusses des Propagationsprozesses exemplarisch dargestellt. Das vollständige Ergebnis kann nur mit Hilfe interaktiver Arbeit am Bildschirm beurteilt werden, deshalb wird es im folgenden notgedrungen verbal und in aller Kürze beschrieben:

⁴Die Software, mit deren Hilfe die 3D Darstellungen erzeugt wurden, kann mit vertretbarem Aufwand keine physikalisch sinnvolle Beschriftung der Achsen erzeugen, deshalb wurde auf die Darstellung der Achsen vollständig verzichtet.

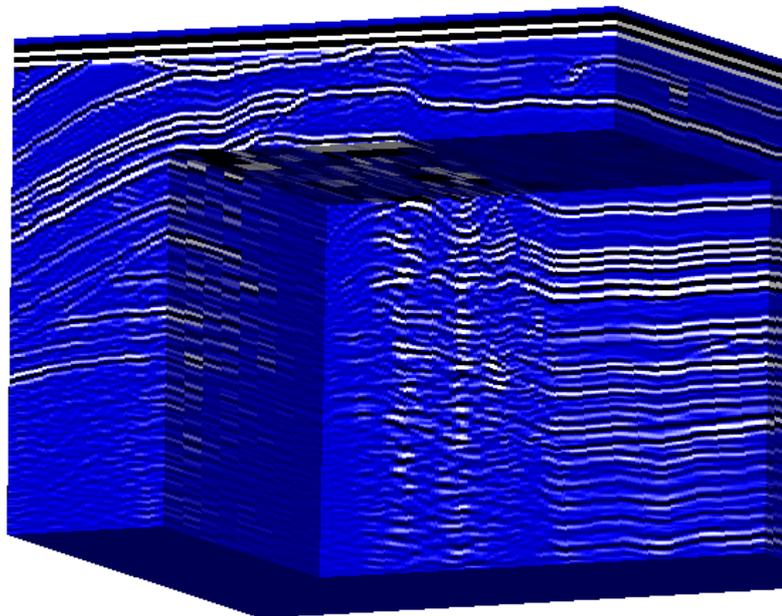
Marmousi 3D overthrust model



asymmetric 3D zero-offset data set

a)

Marmousi 3D overthrust model



time remigrated section $v=2.4$ km/s

b)

Abbildung 4.12: Marmousi 3D *overthrust model*: a) Ansicht des asymmetrischen 3D *zero-offset*-Datensatzes, b) Ansicht des Schnappschusses für $v = 2.4$ km/s aus dem Ergebnis der Zeitremigration.

Schneidet man aus dem vierdimensionalen Remigrationsergebnis die dreidimensionalen Ergebnisse für die einzelnen Profillinien heraus, stellt man fest, daß sich diese nur geringfügig von den Ergebnissen unterscheiden, die sich aus der zweidimensionalen Remigration längs der einzelnen Profillinien ergeben. Der sehr geringe Einfluß einer Profillinie auf die benachbarten Linien begründet sich direkt im zu großen Abstand der Profillinien.

Das vierdimensionale Ergebnis der 3D Remigration kann in diesem Fall also als ein Ensemble vieler dreidimensionaler Ergebnisse von 2D Remigrationen aufgefaßt werden, die weitgehend unabhängig voneinander sind. Unter diesen Umständen stellt die Verwendung der FD-Schemata für drei Dimensionen lediglich eine Verschwendung von Rechenzeit dar.

Wie nicht anders zu erwarten, sind die Veränderungen der abgebildeten Reflektoren dieselben wie beim bereits gezeigten 2D Datensatz: Im oberflächennahen Bereich ergeben sich plausible Ergebnisse, während geneigte tieferliegende Ereignisse mit zunehmender Geschwindigkeit verschwinden.

4.2.3 Symmetrischer 3D Datensatz

Im Gegensatz zum asymmetrischen 3D Datensatz ist hier der Spurabstand längs und quer zu den Profillinien identisch, es handelt sich also um einen „echten“ 3D Datensatz.

Der in Abb. 4.13a gezeigte *zero-offset*-Datensatz wurde mit „normaler“ Geschwindigkeit und FD-Operatoren maximal vierter Ordnung zeitremigriert. Dabei wurden 1000 Schritte a 6 m/s berechnet. Da – wie bereits in Abschnitt 4.2.2 geschildert – eine vollständige Darstellung des Ergebnisses in gedruckter Form kaum möglich ist, wird in Abb. 4.13b nur eine Ansicht eines einzigen Schnappschusses aus dem Remigrationsprozeß gezeigt.

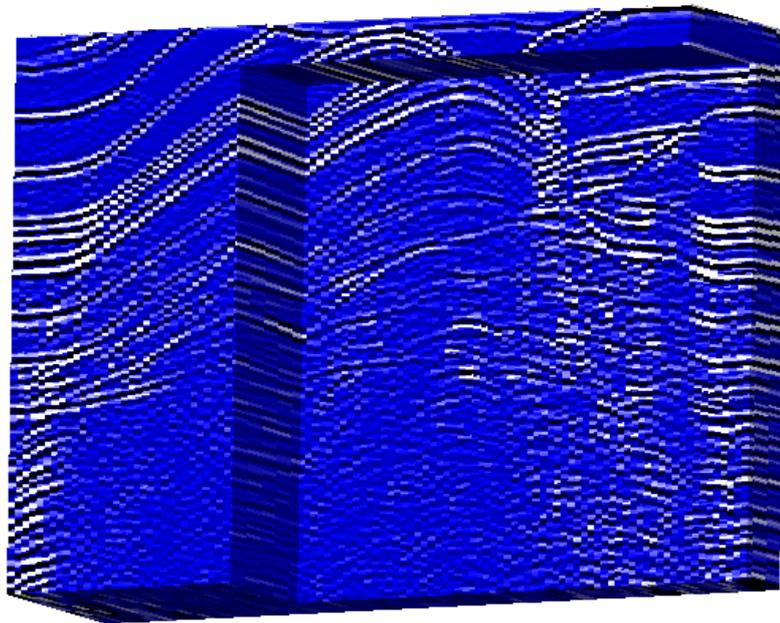
Bei interaktiver Bearbeitung des Ergebnisses können dieselben Veränderungen beobachtet werden, die schon in Abschnitt 4.2.2 beschrieben wurden. Im Gegensatz zu den Ergebnissen für den asymmetrischen Datensatz wirken sich in diesem Fall jedoch benachbarte Profillinien aufeinander aus: Das mit einem dreidimensionalen FD-Schema berechnete Resultat ist nicht mehr identisch mit einem Ensemble zweidimensional berechneter Sektionen. Da im Marmousi-Modell die wesentlichen lateralen Geschwindigkeitsveränderungen längs der Profillinien verlaufen, ist der Einfluß der benachbarten Profillinien aufeinander jedoch gering verglichen mit dem Einfluß benachbarter Spuren auf derselben Profillinie.

4.3 Datensatz Culmitzsch A Profil 1560

4.3.1 Akquisition

Dieser hydroakustische Datensatz wurde von DMT GeoTec in Bochum akquiriert und zur Verfügung gestellt. Die Messung wurde auf dem Schlammabsetzbecken Culmitzsch A der

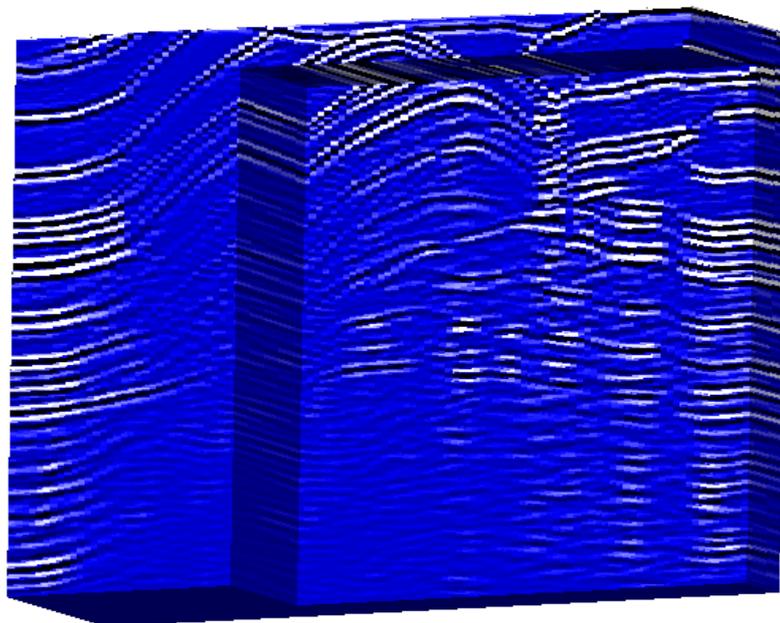
Marmousi 3D overthrust model



symmetric 3D zero-offset data set

a)

Marmousi 3D overthrust model



time remigrated section $v=2.4$ km/s

b)

Abbildung 4.13: Marmousi 3D *overthrust model*: a) Ansicht des symmetrischen 3D *zero-offset*-Datensatzes, b) Ansicht des Schnappschusses für $v = 2.4$ km/s aus dem Ergebnis der Zeitremigration.



Abbildung 4.14: Meßvorrichtungen: Links am Ausleger der *sonic boomer*, in der Mitte das Hydrophon. Energieversorgung und Rechner befinden sich im Boot.

Wismut GmbH bei Seelingstädt in Thüringen durchgeführt. Das Absetzbecken befindet sich in einem ehemaligen Tagebauwerk, in das Schlämme aus der Uranerzgewinnung eingeleitet wurden. Näheres zur Entstehung dieser und ähnlicher Altlasten ist bei Beleites [Bel90] und Paul [Pau91] zu finden. Ein vergleichbarer Datensatz, der auf demselben Absetzbecken gemessen wurde, wird von Schott et al. [SMBN95] beschrieben.

Mit den in Abb. 4.14 abgebildeten Meßvorrichtungen wurde das in Abbildung 4.15 gezeigte, teilweise stark gekrümmte Profil abgefahren. Als Quelle wurde ein sogenannter *sonic boomer* verwendet, registriert wurde mit einem Hydrophon in etwa 3 m Abstand zur Quelle. Die Auslage lag dabei weitgehend senkrecht zum Profil, wobei durch Einflüsse von Wind und Wellen auch Abweichungen aufgetreten sind. Zur Positionsfeststellung wurden GPS-Empfänger und lokale Telemetrieeinrichtungen verwendet.

Insgesamt wurden für dieses Profil 2506 Spuren mit 250 ms Länge aufgenommen. Der mittlere Spurabstand beträgt etwa 0.67 m. Die Abtastrate ist mit 0.01 ms ungewöhnlich klein, die Frequenzen in den Daten reichen bis 15 kHz. Die noch unbearbeiteten Daten liegen im SEPlib-Format, die Meßgeometrie in Tabellenform vor.

Der Datensatz enthält sehr viele dünne, in weiten Bereichen söhlige Schichten. Der Kontrast an der Unterkante des Wasser ist sehr gering, was auf eine nur geringe Konsolidierung der Schlämme schließen läßt. Die ehemalige Tagebausohle ist an einigen Stellen gut zu erkennen und bietet zumindest in einem Abschnitt eine geeignete Möglichkeit zur Anwendung der Remigration.

Der unbearbeitete *common-offset*-Datensatz ist aus mehreren Gründen nicht zur direkten Remigration geeignet: Das Remigrationsprogramm erwartet eine regelmäßige Geometrie der Daten, bei dem vorliegenden Datensatz hingegen liegen die Spuren nicht äquidistant

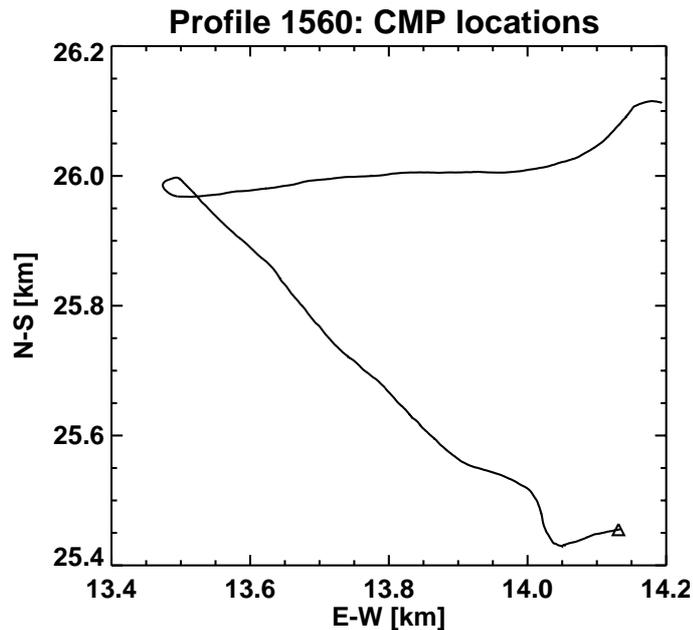


Abbildung 4.15: Culmitzsch A Profil 1560: Anordnung der *common-midpoints*. Das Dreieck markiert die erste Spur.

und auf einem gekrümmten Profil. Ferner müsste zuvor mindestens eine *normal moveout*-Korrektur angewendet werden, um einen *zero-offset*-Datensatz (näherungsweise) zu simulieren.

4.3.2 Zeitmigrierter Datensatz

Gemeinsam mit dem unbearbeiteten *common-offset*-Datensatz wurde von DMT GeoTec auch ein zeitmigrierter Datensatz zur Verfügung gestellt. Nach den vorliegenden Angaben wurden die Rohdaten mit 1.48 km/s NMO-korrigiert. Anschließend wurde eine sphärische Divergenzkorrektur mit ebenfalls 1.48 km/s und eine *automatic gain control* (AGC) mit einem Zeitfenster von 30 ms durchgeführt.

Der so vorbereitete Datensatz wurde mit einer konstanten Geschwindigkeit von 1.3 km/s zeitmigriert. Das Resultat ist in Abb. 4.16 dargestellt und weist 1682 äquidistante Spuren von je 130 ms Länge auf. Die Abtastrate ist wieder 0.01 ms. Auch dieser Datensatz liegt im SEPlib-Format mit separater Geometrie vor.

Mit Ausnahme der Krümmung des Profils sind mit dem zeitmigrierten Datensatz alle Probleme gelöst, die einer Remigration des Rohdatensatzes im Wege stehen. Für kleine Abschnitte der Profillinie kann diese jedoch als näherungsweise geradlinig betrachtet werden, ausgenommen an Stellen mit sehr starker Krümmung.

Die Remigration wurde auf verschiedene Ausschnitte aus diesem Datensatz angewendet. Die meisten Ausschnitte haben sich als weitgehend unempfindlich gegenüber Veränderungen

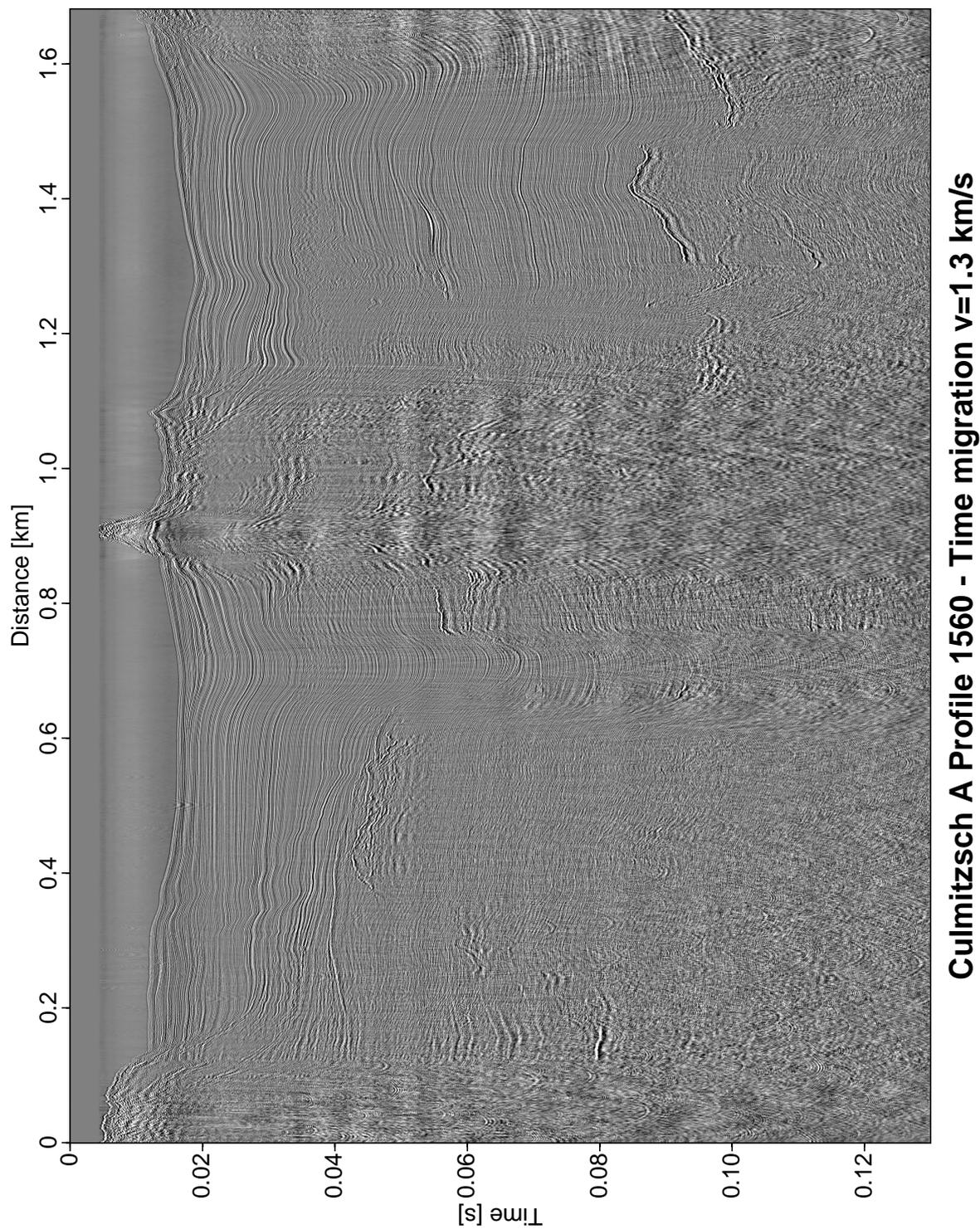


Abbildung 4.16: Datensatz Culmitzsch A: Zeitmigrierte Sektion für $v = 1.3$ km/s. Das Profil ist teilweise gekrümmt.

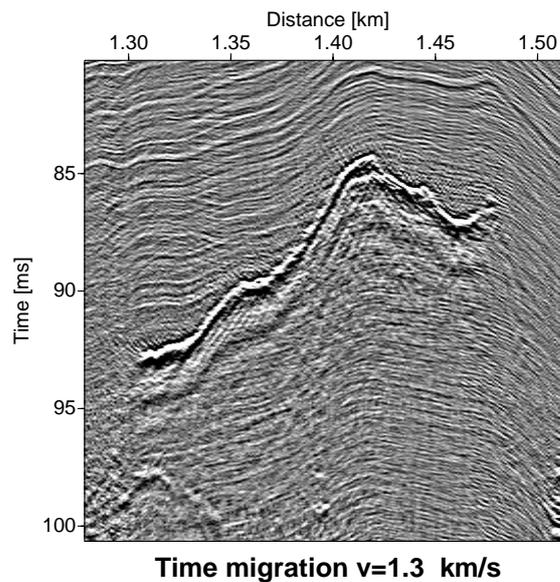


Abbildung 4.17: Datensatz Culmitzsch A: Ausschnitt aus der zeitmigrierten Sektion für $v = 1.3$ km/s.

gen der Geschwindigkeit erwiesen. In anderen Bereichen mit größeren Neigungen treten zwar Veränderungen auf, sie lassen aber keine Abschätzung der optimalen konstanten Geschwindigkeit zu, da sie keine Strukturen wie Diffraktionsmuster oder Triplikationen enthalten, anhand deren das „beste“ Abbild ausgewählt werden kann. Das heißt, alle remigrierten Sektionen in solchen Bereichen sehen gleichermaßen plausibel aus, solange sich die Geschwindigkeiten in einem realistischen Bereich bewegen.

In Abb. 4.17 wird ein Ausschnitt aus dem Datensatz gezeigt, aus dem sich interpretierbare Remigrationsergebnisse berechnen lassen. Das starke Ereignis in diesem Ausschnitt ist eine Reflexion der ehemaligen Tagebausoehle.

Der Datensatz in Abb. 4.17 wurde mit der Ausgangsgeschwindigkeit $v_0 = 1.3$ km/s in zwei unabhängigen Prozessen zeitremigriert, zum einen in 1000 Schritten mit $\Delta v = 1$ m/s, zum anderen in 1300 Schritten mit $\Delta v = -1$ m/s. Dabei wurden jeweils „normale“ Geschwindigkeit und FD-Operatoren maximal vierter Ordnung verwendet.

Die beiden Remigrationsergebnisse und der Ausgangsdatsatz wurden zu einem einzigen Datensatz zusammengefügt, der Geschwindigkeiten von 0 (entspricht der *zero-offset section*) bis 2.3 km/s umfaßt. Einige Sektionen aus diesem Datensatz sind in Abb. 4.18 dargestellt. Dabei ist nicht mehr zu erkennen, daß dieses Ergebnis aus zwei unabhängigen Prozessen entstanden ist. Die Lage des Ausgangsdatsatzes im zusammengefügted Datensatz ist ebenfalls nicht mehr festzustellen. Demzufolge können die Sektionen in Abb. 4.18 auch als Schnappschüsse *eines einzigen* Remigrationsprozesses aufgefaßt werden.

Das Abbild der ehemaligen Tagebausoehle erfährt während des Remigrationsprozesses signifikante Veränderungen. Am auffälligsten sind die hyperbelartigen *smiles* über dem Reflektor, die für Geschwindigkeiten über etwa 2 km/s auftreten. Sie sind ein Indiz für eine

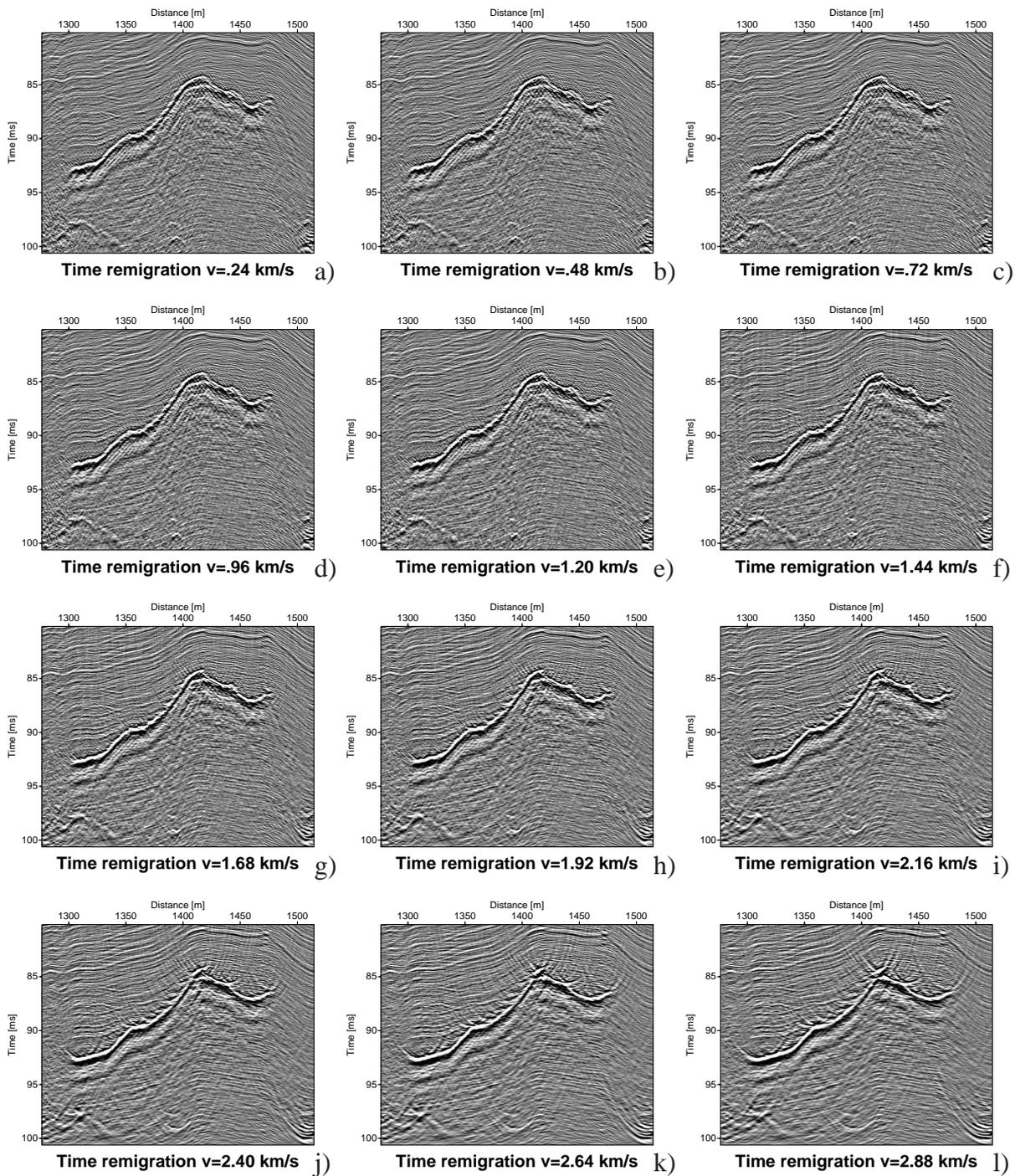


Abbildung 4.18: Datensatz Culmitzsch A: Zeitremigrierte Sektion bei $v =$ a) 240, b) 480, c) 720, d) 960, e) 1200, f) 1440, g) 1680, h) 1920, i) 2160, j) 2400, k) 2640 und l) 2880 m/s.

zu hohe Geschwindigkeit. Bei kleinen Geschwindigkeiten hingegen sind unter der linken Hälfte des Reflektors Strukturen zu erkennen, die als *frownings* bezeichnet werden. Bei der optimalen konstanten Geschwindigkeit sollten weder *smiles* noch *frownings* auftreten, was in etwa bei den Sektionen in den Abb. 4.18g und 4.18h der Fall ist. Damit läßt sich eine optimale konstante Geschwindigkeit von 1.7 bis 1.8 km/s abschätzen.

Das in realen Datensätzen zwangsläufig vorhandene Rauschen beeinflusst die Funktionsfähigkeit des Remigrationsprogramms offenbar nicht. Dies wurde von Jaya et al. [JSH96] bereits für verrauschte synthetische Datensätze gezeigt.

Kapitel 5

Anwendung des NMO/DMO/MZO-Programms

5.1 Anwendung der NMO/DMO

5.1.1 Unverrauschter synthetischer Datensatz

Zur Prüfung des Programms wurde das Modell in Abb. 5.1a mit einer domartigen Struktur verwendet. Dazu wurden verschiedene *common-offset sections* berechnet, eine davon ist in Abb. 5.1b dargestellt. Verwendet wurde dazu ein Programm aus dem Seismic Unix-Paket, das auf der *exploding reflector*-Methode basiert. Jede *common-offset section* besteht aus 201 Spuren im Abstand von 10 m mit je 321 *samples* im Abstand von 2.5 ms. Es wurden sieben *offsets* zwischen 100 und 400 m berechnet. Die konstante Geschwindigkeit oberhalb des Reflektors beträgt 2.5 km/s. Es wurde ein Ricker *wavelet* mit einer Hauptfrequenz von 60 Hz verwendet.

Der *common-offset*-Datensatz wurde mit der wahren Modellgeschwindigkeit $v = 2.5$ km/s NMO-korrigiert. Dabei wurden die durch den *offset* verursachten *geometrical spreading*-Verluste¹ korrigiert und Bereiche mit einem *pulse stretch* über 25% der *wavelet*-Länge unterdrückt.

Ein Schnitt durch das ursprüngliche *common-offset gather* in Abb. 5.2a zeigt deutlich den Einfluß des *offsets* auf die Laufzeiten. Abb. 5.2b zeigt denselben Schnitt nach Anwendung der NMO-Korrektur. Für den gewählten *midpoint* $\xi = 0$, das heißt den horizontalen Scheitel des Doms, liefert die NMO bereits das erwünschte Ergebnis. Der durch die NMO-Korrektur bedingte *pulse stretch* ist ebenfalls gut zu erkennen.

Für geneigte Reflektorabschnitte an den Flanken des Doms kann die NMO natürlich kein

¹Diese Korrektur wurde hier für Linienquellen im 2D Raum angewendet. Bei Bedarf kann eine Korrektur für Punktquellen in 3D verwendet werden.

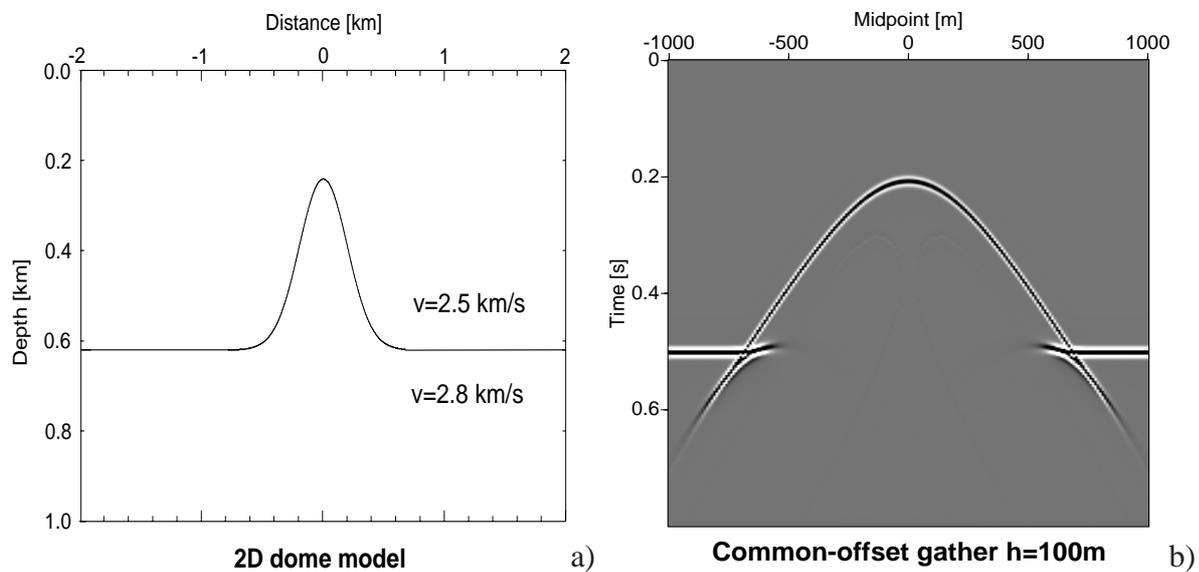


Abbildung 5.1: a) Modell mit domartiger Struktur, b) *common-offset gather* für $h = 100$ m zu diesem Modell.

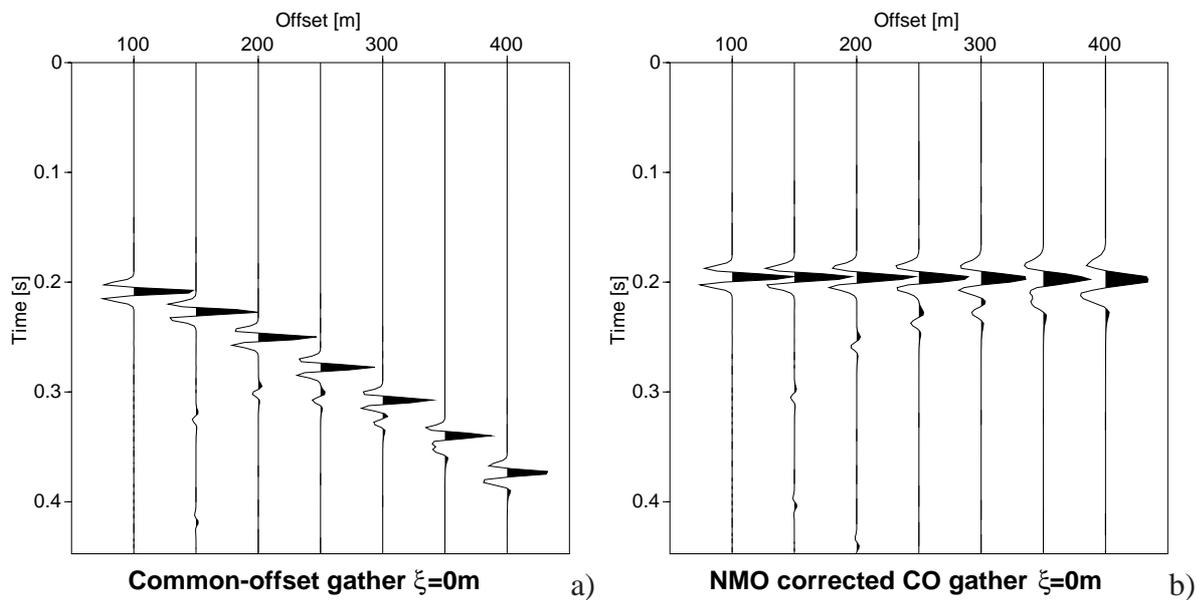


Abbildung 5.2: Schnitt durch den *common-offset*-Datensatz a) vor und b) nach der NMO-Korrektur in einem horizontalen Reflektorabschnitt.

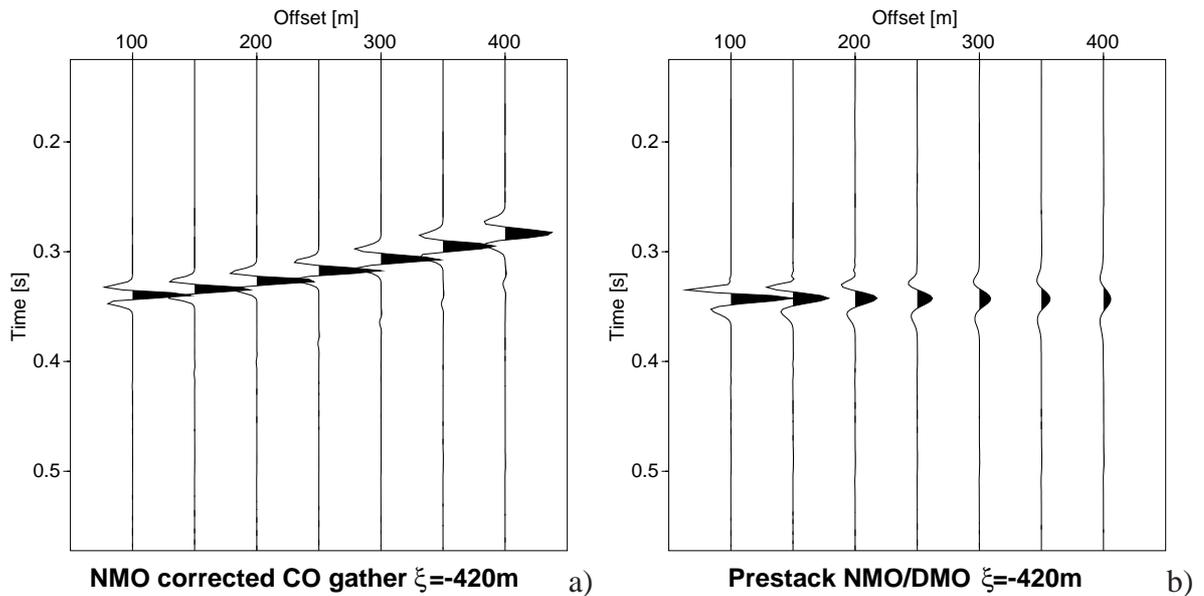


Abbildung 5.3: Schnitt durch den *common-offset*-Datensatz a) nach NMO-Korrektur und b) nach anschließender Anwendung des DMO-Prozesses in einem geneigten Reflektorabschnitt.

vom *offset* unabhängiges Ergebnis liefern. In Abb. 5.3a ist die Abhängigkeit der berechneten Laufzeiten vom *offset* dargestellt. Die Abweichung nimmt mit steigendem *offset* und – was aus der Abbildung nicht hervorgeht – mit zunehmender Neigung des Reflektors zu.

In Abb. 5.3b schließlich sind die noch nicht gestapelten, durch Anwendung des DMO-Prozesses simulierten *zero-offset sections* für einen *midpoint* ξ zu sehen. Der Einfluß der Reflektorneigung wird vollständig korrigiert, allerdings klingen die Amplituden mit zunehmendem *offset* und zunehmender Neigung dispersionsbedingt ab. Die DMO-Korrektur wurde mit maximal² 500 *offset*-Schritten a 0.8 m durchgeführt.

In Abb. 5.4 sind Schnappschüsse aus diesem DMO-Prozeß dargestellt. Dabei wurde die DMO für jeden ursprünglichen *offset* h_0 durchgeführt und anschließend über jeweils gleiche laufende *offsets* h summiert. Mit abnehmendem *offset* tragen immer mehr *common-offset gather* zur Summation bei, bei $h \leq h_{0\min}$ schließlich geht der gesamte Eingangsdatensatz in das Ergebnis ein. Das Verfahren hat praktisch keine Artefakte produziert, lediglich die bereits in den synthetischen Daten enthaltenen Artefakte sind zu sehen. Alle *common-offset gathers* aus dem ursprünglichen Datensatz tragen konstruktiv zur Summation bei, damit ist die Konsistenz des Verfahrens gezeigt.

²Maximal bedeutet hier die Zahl der *offset*-Schritte für den größten vorkommenden *offset*. Bei gleichbleibender *offset*-Schrittweite – unabdingbar für das *stacking* – werden für kleinere *offsets* entsprechend weniger Schritte berechnet.

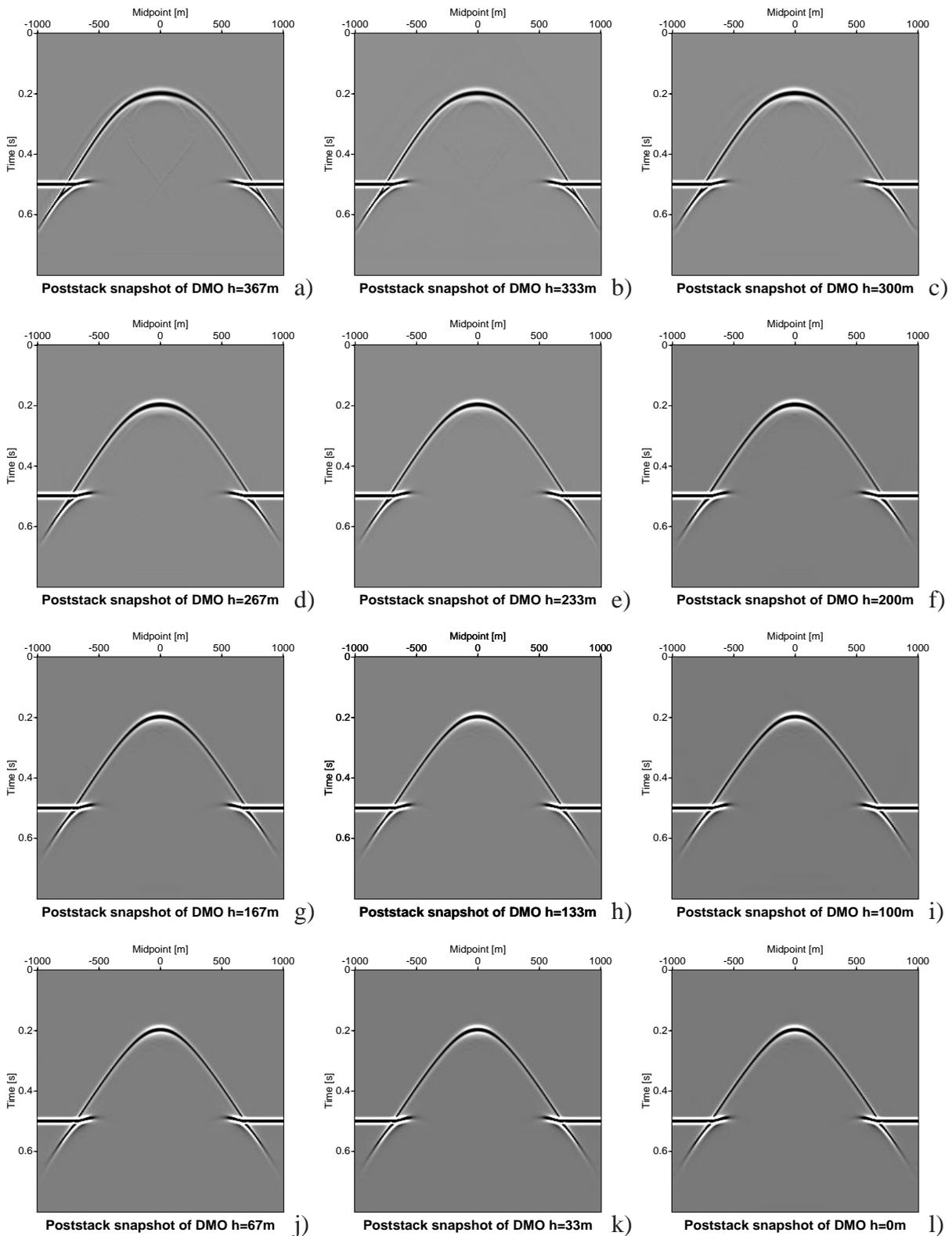


Abbildung 5.4: *Post-stack snapshots* eines DMO-Prozesses bei $h =$ a) 367, b) 333, c) 300, d) 267, e) 233, f) 200, g) 167, h) 133, i) 100, j) 67, k) 33 und l) 0 m.

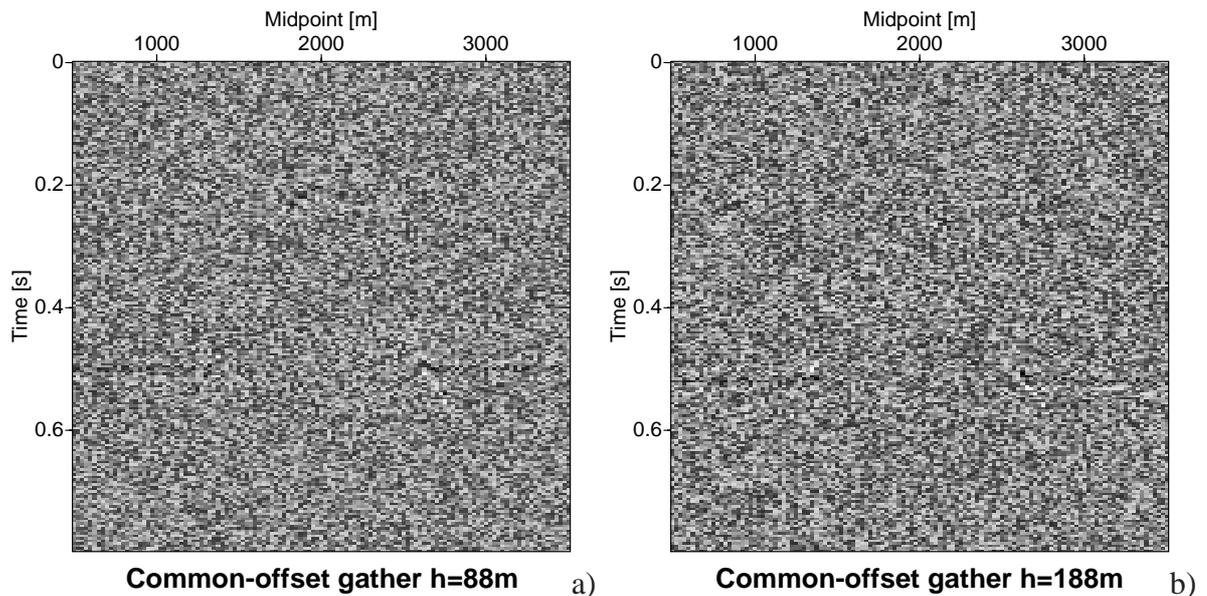


Abbildung 5.5: *Common-offset gather* des verrauschten Datensatzes bei a) $h=88$ und b) 188 m.

5.1.2 Verrauschter synthetischer Datensatz

Für ein weiteres Modell mit domartiger Struktur wurde ein synthetischer *common-offset*-Datensatz mit 16 *offsets* im Abstand von 12.5 m generiert. Der kleinste *offset* ist $h = 0$. Der Datensatz enthält 121 Spuren im Abstand von 25 m mit je 301 *samples* im Abstand von 4 ms. Im Gegensatz zu dem unverrauschten Datensatz in Abschnitt 5.1.1 wurde dazu das *ray tracing*-Programm *seis85* aus dem *AMIG*-Paket [Han95] verwendet. Aus den berechneten Strahlen wurden mit dem ebenfalls zum *AMIG*-Paket gehörenden Programm *synseis* die entsprechenden Seismogramme erzeugt, wobei ein Gabor *wavelet* mit einer Hauptfrequenz von 60 Hz verwendet wurde. Anschließend wurde synthetisches Rauschen überlagert, das Signal/Rauschverhältnis beträgt 1:1.

Abb. 5.5 zeigt exemplarisch zwei der *common-offset gather*. Die domartige Struktur ist nicht zu erkennen, ebensowenig wie bei den anderen Sektionen. Günstigstenfalls sind die horizontalen Abschnitte des Reflektors zu erahnen.

Dieser Datensatz wurde mit der korrekten Modellgeschwindigkeit NMO-korrigiert. Dabei wurden das *geometrical spreading* korrigiert und der *pulse stretch* auf 25% der *wavelet*-Länge begrenzt. Der nachfolgende DMO-Prozess mit maximal 500 *offset*-Schritten a 0.375 m und Summation über identische *offsets* liefert ein deutliches Abbild des Reflektors. Da mit abnehmendem *offset* immer mehr Daten zur Summation zur Verfügung stehen, verbessert sich das Signal/Rauschverhältnis mit abnehmendem *offset*. Die durch die Begrenzung des *pulse stretch* entstandenen „Kanten“ in den Daten verursachen im Laufe der DMO leichte Artefakte, die jedoch nicht weiter stören. Bei Bedarf könnten Sie durch einen glatteren Übergang vom unterdrückten in das nicht-unterdrückte Gebiet während der NMO beseitigt oder zumindest verringert werden.

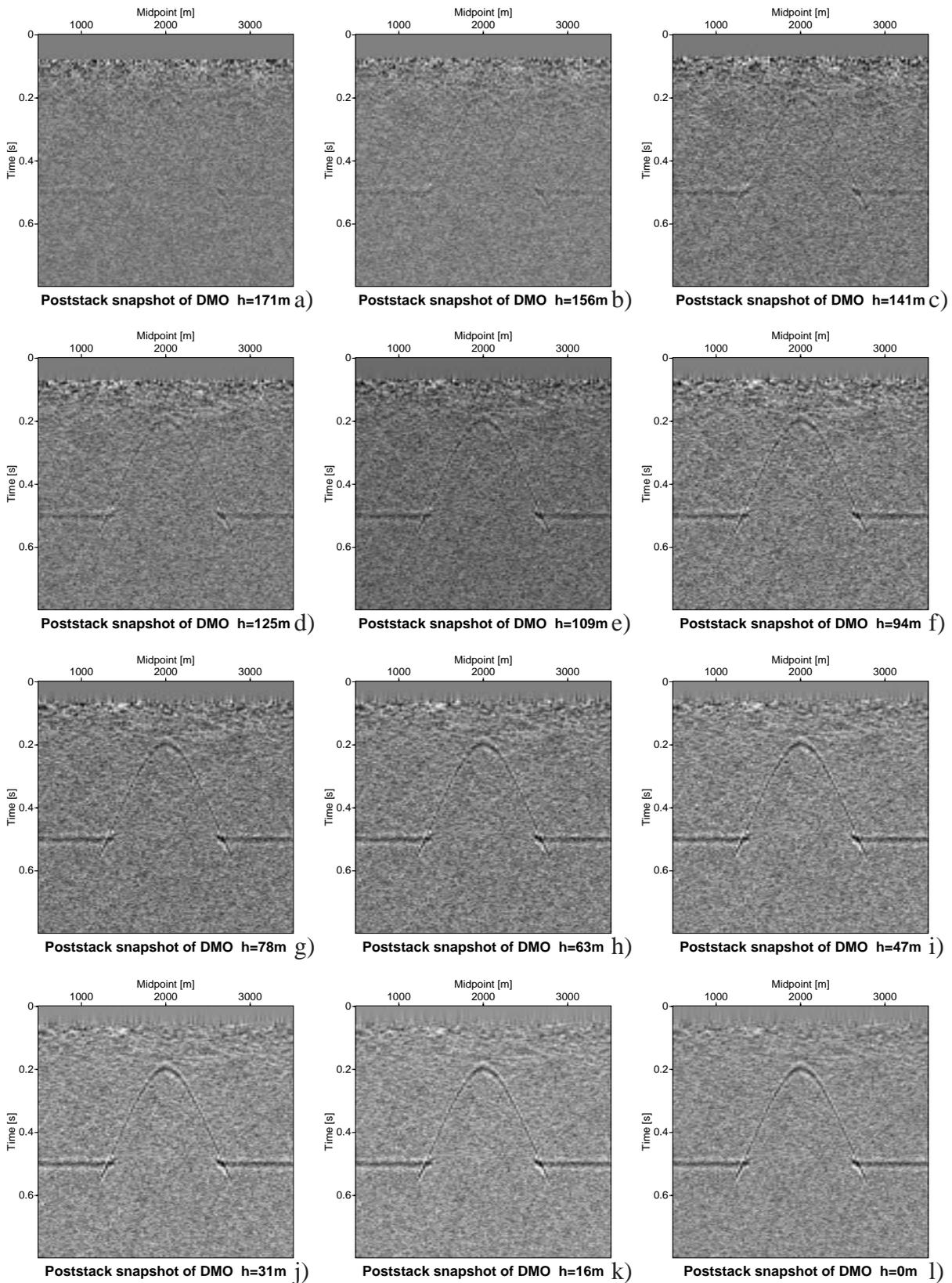


Abbildung 5.6: *Post-stack snapshots* eines DMO-Prozesses bei $h =$ a) 171, b) 156, c) 141, d) 125, e) 109, f) 94, g) 78, h) 63, i) 47, j) 31, k) 16 und l) 0 m.

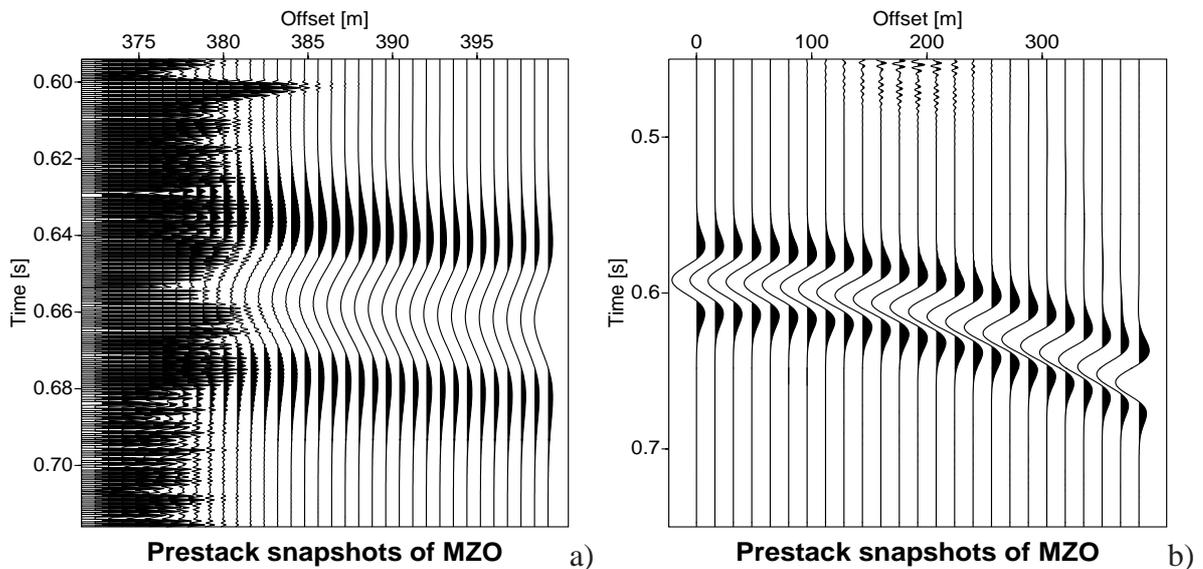


Abbildung 5.7: a) Ausschnitt aus den *pre-stack MZO snapshots* ohne Glättung, b) *pre-stack snapshots* der MZO mit Glättung.

5.2 Anwendung der MZO

5.2.1 Unverrauschter synthetischer Datensatz

Die „reine“ MZO mit dem FD-Schema (3.8) hat sich unter allen erprobten Umständen als instabil erwiesen. Um der Ursache dieses Phänomens auf die Spur zu kommen, wurde ein extrem einfacher synthetischer Datensatz generiert und das FD-Schema soweit wie möglich vereinfacht:

Das Modell ist ein ebener Reflektor. Dieser wurde mit einem Ricker *wavelet* mit einer Hauptfrequenz von 30 Hz gefaltet, um ein synthetisches Seismogramm zu simulieren. Für dieses horizontale Modell ohne jeden *dip* reduziert sich das MZO-Problem auf eine NMO-Korrektur. Der verwendete *common-offset*-Datensatz weist nur einen einzigen *offset* $h = 400$ m auf.

Als weitere Vereinfachung wurde das Modell durch Nullsetzen der Ableitung $\partial^2/\partial\xi^2$ auf eine Dimension beschränkt. Damit können keine Einflüsse der seitlichen Ränder des Rechensystems auftreten. Unter diesen Umständen sollte die MZO in kinematischer Hinsicht genau dieselbe Laufzeitkorrektur bewirken, die sich aus einer NMO-Korrektur ergeben würde.

Ein Ausschnitt aus den *pre-stack snapshots* in Abb. 5.7a illustriert das immer noch auftretende Problem: Mit abnehmendem *offset* treten hochfrequente Artefakte auf, die sich explosionsartig verstärken. Dieser Effekt ist weitgehend unabhängig von den verwendeten Diskretisierungsintervallen und erinnert stark an ähnliche Ergebnisse bei der Tiefenremigration in Abschnitt 4.1.2.

Nach *picken* der Nulldurchgänge des *wavelets* in den MZO-Ergebnissen bietet sich folgendes Bild: Das *wavelet* wird tatsächlich gestaucht, von 25 ms zwischen den beiden Nulldurchgängen bei $h = 400$ m auf 23.5 ms bei $h = 383$ m. Haben zwei benachbarte *samples* verschiedenen Werte, so wird die Differenz der Werte bei Verschiebung zu höheren Frequenzen explodieren, da die vorgegebene Diskretisierung keine Darstellung höherer Frequenzen zuläßt – das FD-Schema ist hochgradig instabil.

Bei der Tiefenremigration mit $\Delta v < 0$ ist eine Stauchung des *wavelets* und damit eine Erhöhung der auftretenden Frequenzen zu erwarten, bei der MZO hingegen, die im dargestellten Fall zu einer reinen NMO-Korrektur entartet, ist kein plausibler Grund für dieses Phänomen erkennbar.

Durch Glättung der einzelnen Spuren nach jedem *offset*-Schritt können die hochfrequenten Anteile beseitigt werden. Ein sehr einfacher Glättungsoperator, nämlich eine Linearkombination aus drei benachbarten *samples* führt zu drastischen Veränderungen der Stabilität. Dieser Glättungsoperator ist in Anhang B beschrieben. Der in Abb. 5.7b dargestellte Datensatz wurde mit einem Glättungsparameter $s = 0.32$ erzeugt, das heißt, mit einem Operator $(0.32; 1; 0.32)/1.64$ (diskret) gefaltet. Dieser Parameter wurde empirisch so angepaßt, daß der Prozeß gerade noch stabil war. Die Stabilität nimmt mit zunehmender Glättung zu, das *wavelet* wird bei stärkerer Glättung immer mehr gedehnt.

Die Glättung beeinflußt natürlich die Approximationen der ersten und zweiten Ableitungen nach der Zeit im verwendeten FD-Schema (3.8). Es ist daher mit einer Abhängigkeit des Ergebnisses vom verwendeten Glättungsoperator zu rechnen.

Auf den ersten Blick sieht das so erzielte Ergebnis vielversprechend aus: Das *wavelet* wird praktisch nicht verändert, die Laufzeiten zeigen einen hyperbolischen Verlauf in Abhängigkeit vom *offset*, wie man es bei einer reinen NMO-Korrektur erwarten sollte. Die genaue Untersuchung der Laufzeiten ergibt jedoch leider völlig falsche Werte: Bei vorgegebenem $t(h = 400\text{m}) = 649.5$ ms und $v = 2500$ m/s ergibt sich analytisch die *zero-offset*-Laufzeit $\tau = t(h = 0\text{m}) = 565.2$ ms, im MZO-Ergebnis jedoch $\tau = 578$ ms. Das *wavelet* wurde im MZO-Prozeß jetzt leicht gedehnt statt gestaucht, was eine Voraussetzung für die Stabilität ist. Die angegebenen Laufzeiten beziehen sich immer auf den leicht zu bestimmenden oberen Nulldurchgang des *wavelets*.

Es ist nun naheliegend, die Glättung für die falschen Ergebnisse verantwortlich zu machen, und tatsächlich vergrößert sich der Fehler mit zunehmender Glättung. Offenbar ist die Glättung nicht die einzige Fehlerquelle: Der Vergleich der Ergebnisse mit und ohne Glättung ist zwar nur für einen kleinen *offset*-Bereich möglich, ergibt aber dennoch verwertbare Ergebnisse. Für $h = 383$ m ergeben sich geglättet 645 ms, ungeglättet 644.5 ms und analytisch 643 ms. Das Ergebnis weicht also auch ohne Glättung bereits nach wenigen *offset*-Schritten von der analytischen Lösung ab.

Der Vollständigkeit halber wurde die MZO mit Glättung auch auf den in Abschnitt 5.1.1 gezeigten Datensatz angewendet. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Wie zu erwarten, kommt es dabei zu keiner konstruktiven Interferenz. Mit jeder zusätzlichen *common-*

offset section, die in das Ergebnis eingeht, spaltet sich das Abbild des Reflektors weiter auf. Der empirisch ermittelte Glättungsparameter bei diesem Datensatz ist $s = 0.029$.

Der stabilisierende Glättungsoperator wird spurweise angewendet, damit kommt als mögliche Ursache für die Instabilität in erster Linie die in der MZO-Gleichung (2.54) vorkommende zweite Ableitung nach der Zeit in Frage. Um diese zweite Ableitung genauer zu approximieren, als dies mit dem verwendeten FD-Operator zweiter Ordnung (A.5) möglich ist, wurde versucht, diese Ableitung im Frequenzbereich zu berechnen.

Dazu werden für jeden einzelnen *offset*-Schritt die einzelnen Spuren in den Frequenzbereich transformiert, mit einem geeigneten Operator multipliziert und wieder zurück in den Zeitbereich transformiert. Damit kann aber nur die Ableitung $\partial^2/\partial t^2$ berechnet werden, die Anwendung auf die gemischte Ableitung $\partial^2/(\partial t \partial h)$ ist wegen des semi-expliziten Charakters der Gleichung nicht möglich, denn dazu müßte ein Term $\frac{\partial}{\partial h}(\partial p^{l+1}/\partial t)$ berechnet werden.

Letztlich wurde folgendes versuchsweise implementiert: In jedem *offset*-Schritt wird jede Spur $p_{i,j}^l \quad \forall i (l, j = \text{const})$ mit Nullen aufgefüllt, so daß die Anzahl der *samples* n_{fft} auf die nächstgrößere Zweierpotenz mal vier steigt, d. h., mit n als ursprünglicher Anzahl der *samples* gilt $n_{\text{fft}} = 2^{\lceil 2+r(\log_2 n) \rceil} = 2^{\lceil 2+r(\ln n/\ln 2) \rceil}$. Dabei beschreibt die Funktion r die Aufrundung auf die nächste größere ganze Zahl. Dann wird mit Hilfe eines *fast Fourier transform* (FFT)-Programms von Press et al. [PTVF86] spurweise transformiert, mit einem Operator Ω multipliziert und zurücktransformiert.

Das Ergebnis ist ein Feld mit den zweiten Ableitungen nach t für alle Spuren und Zeiten. Mit den einzelnen Werten wird der zweite Term in (3.8) ersetzt. Durch das *zero padding* werden auftretende *aliasing*-Effekte weitgehend unterdrückt, sie treten vor allem am Ende der rücktransformierten Spur auf und liegen damit weit außerhalb des benötigten Laufzeitbereichs.

Der verwendete Operator hat analytisch die Form $\Omega = -\omega^2$, diskret und unter Berücksichtigung der gängigen Anordnung der Frequenzwerte bei der FFT ergibt sich ein reeller Vektor folgender Form:

$$\Omega = \left(0, -\frac{2\pi}{n_{\text{fft}}^2}, -\frac{4\pi}{n_{\text{fft}}^2}, \dots, \frac{-2\pi(n_{\text{fft}}-1)}{n_{\text{fft}}^2}, \frac{-2\pi n_{\text{fft}}}{n_{\text{fft}}^2}, \frac{-2\pi(n_{\text{fft}}-1)}{n_{\text{fft}}^2}, \dots, -\frac{2\pi}{n_{\text{fft}}^2} \right), \quad (5.1)$$

wobei $-2\pi n_{\text{fft}}/n_{\text{fft}}^2$ das Element Nr. $n_{\text{fft}}/2 + 1$ des Vektors ist.

Bei der Anwendung benötigen die zahlreichen Transformationen erheblich mehr Rechenzeit als die wesentlich einfacheren FD-Operatoren. Trotz der höheren Genauigkeit verändert sich das Verhalten der FD-Schemas nur unerheblich: Instabilität und falsche Laufzeiten treten weiterhin auf. Der Versuch, durch den Umweg über den Frequenzbereich bessere Ergebnisse zu erzielen, war ein (aufwendiger) Fehlschlag und wird nicht weiter verfolgt.

Die MZO ist demzufolge in ihrer vorliegenden Implementierung nicht anwendbar, da sie

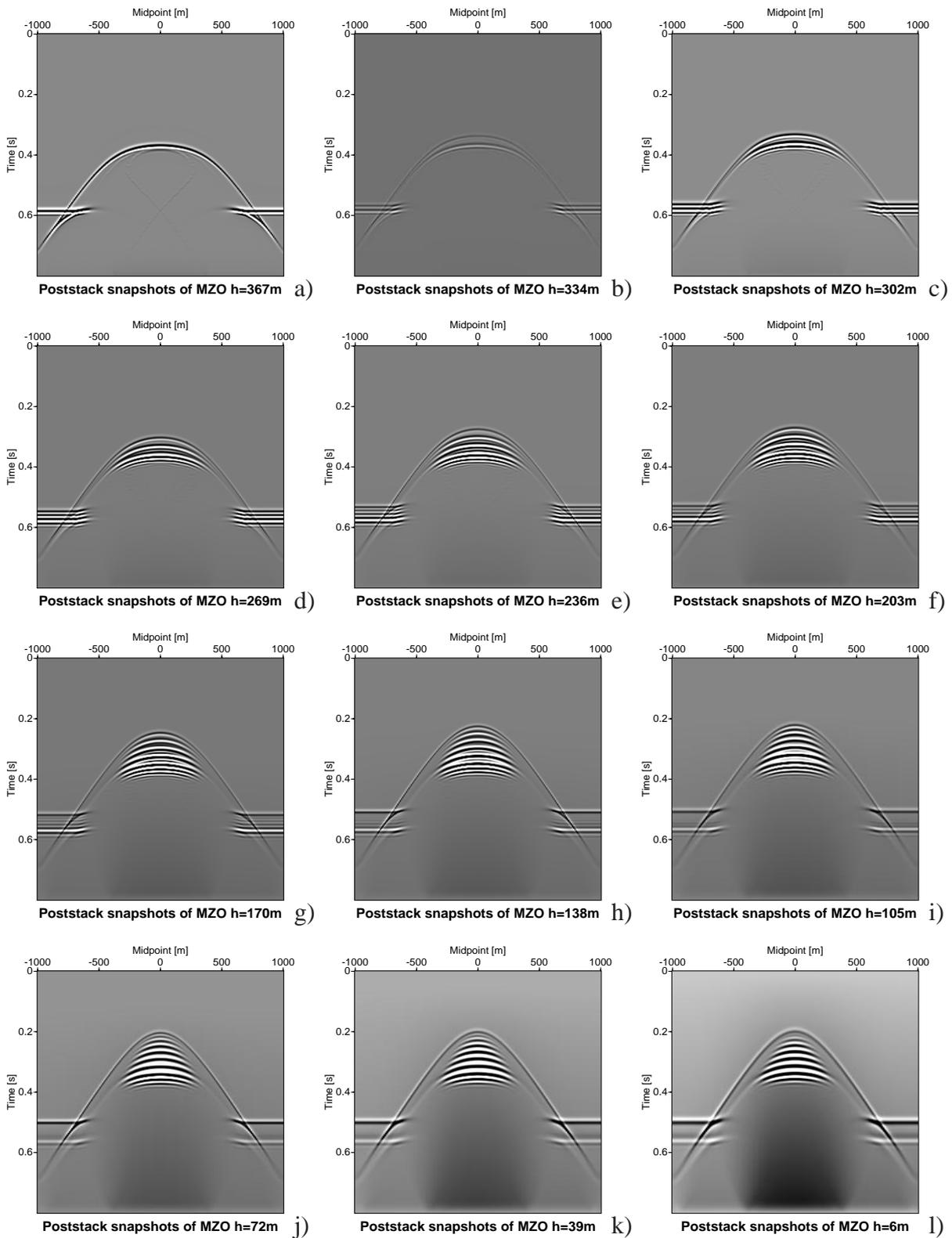


Abbildung 5.8: *Post-stack snapshots* eines MZO-Prozesses bei $h =$ a) 367, b) 334, c) 302, d) 269, e) 236, f) 203, g) 170, h) 138, i) 105, j) 72, k) 39 und l) 6 m. Es tritt keine konstruktive Interferenz der einzelnen *common-offset gather* auf.

entweder zur Instabilität oder zu offensichtlich falschen Ergebnissen führt.

Kapitel 6

Zusammenfassung

6.1 Remigration

Für homogene Modelle ergeben sowohl die Remigration im Zeitbereich als auch die Remigration im Tiefenbereich kinematisch korrekte Ergebnisse für die wahre Modellgeschwindigkeit. Abgesehen von insbesondere in der Umgebung steiler Flanken auftretenden Dispersionseffekten sind die Resultate mit anderen konventionellen Migrationsmethoden vergleichbar.

Die Dispersion ist hier ein rein numerischer Effekt und kann durch genauere FD-Operatoren und eine feinere Rasterung bei der Diskretisierung reduziert werden. In der beschriebenen Implementierung sind diesbezüglich längst nicht alle Möglichkeiten ausgeschöpft. Die Interpolation zusätzlicher Spuren und *samples* in den Ausgangsdatensätzen kann hier noch zu verbesserten Ergebnissen führen.

Ein entscheidender Vorteil der Remigration gegenüber konventionellen Migrationsverfahren ist die Tatsache, daß sich in einem einzigen Prozeß eine nahezu beliebige Anzahl von Abbildern für viele Geschwindigkeitsmodelle berechnen lassen.

Im Rahmen der verwendeten FD-Schemata setzt lediglich die numerische Auflösung der verwendeten Rechner Grenzen für die kleinstmöglichen Geschwindigkeitsschritte: Für zu kleine Δv werden die finiten Differenzen entweder zu ungenau oder verschwinden vollständig. Dies hat sich bislang aber in keinem praktischen Fall als problematisch erwiesen, de facto reichen oft wenige hundert oder tausend Geschwindigkeitsschritte aus, um gute Resultate zu erhalten. Eine weitere Verkleinerung der Schrittweite führt zu keiner Veränderung der Ergebnisse mehr, die rechnerinterne Auflösung spielt bei den verwendeten Werten noch keine signifikante Rolle.

Die benötigte Rechenzeit für eine ganze Sequenz von Abbildern liegt in derselben Größenordnung wie die Rechenzeiten, die konventionelle Migrationsverfahren für *ein einziges* migriertes Abbild benötigen. Die Remigration ist damit ein schnelles und effizientes Ver-

fahren zur Erzeugung vieler migrierter Abbilder.

Die Möglichkeit, eine Sequenz von migrierten Abbildern für einen ganzen Bereich von Modellgeschwindigkeiten zu erzeugen, bietet Interpretationsmöglichkeiten, die mit konventionellen Methoden nur mit großem Aufwand zu realisieren sind: Es ist möglich, die (nahezu kontinuierliche) Propagation der seismischen Abbilder durch die fiktiven (v, \vec{x}) - oder (v, x, y, t) -Domänen zu beobachten. Damit kann zum einen die Empfindlichkeit der Abbilder gegenüber Modellveränderungen bestimmt werden, zum anderen können anhand verschiedener Kriterien auch Aussagen über die optimale konstante Migrationsgeschwindigkeit gemacht werden. Kriterien sind dabei die Kontinuität der abgebildeten Reflektoren, das Kollabieren von Diffraktionshyperbeln und das Verschwinden von Triplikationen. Falls keine der genannten Strukturen in den Daten auftritt und die Kontinuität der abgebildeten Reflektoren sich nicht signifikant ändert, ist es allerdings nicht möglich, die optimale konstante Migrationsgeschwindigkeit zu bestimmen.

Im Rahmen dieser Arbeit sind alle Herleitungen auf homogene Modelle beschränkt, was die Anwendungsmöglichkeiten erheblich einschränkt. Wie für den oberflächennahen Bereich des Marmousi 3D *overthrust models* gezeigt wurde, kann die Remigration im Zeitbereich mit gewissen Einschränkungen auch für schwach inhomogene Modelle angewendet werden. Die Ergebnisse lassen anhand des zunehmenden Verschwindens von geeigneten Abbildern mit sich ändernder Geschwindigkeit erkennen, ob die Voraussetzung der Homogenität zu stark verletzt wird. Bei der auf Geschwindigkeitsveränderungen wesentlich sensibler reagierenden Remigration im Tiefenbereich hingegen ist eine Anwendung auf inhomogene Modelle wenig sinnvoll.

Prinzipiell kann die Herleitung der *seismic image wave equations* auch auf andere einfache Modelle, z. B. mit konstantem vertikalem Geschwindigkeitsgradienten, erweitert werden. Allerdings ist dabei nicht sichergestellt, ob sich dafür eine Wellengleichung in geschlossener Form angeben läßt. Hier besteht noch weiterer Forschungsbedarf.

Die Remigration im Zeitbereich hat sich als stabiles und nützliches Werkzeug zur Bearbeitung von *post-stack*-Datensätzen erwiesen. Da die Geschwindigkeit $v = 0$ mit der (simulierten) *zero-offset section* verknüpft ist, können sowohl zeitmigrierte als auch unmigrierte Datensätze verwendet werden. Die Remigration ist sowohl zu kleineren als auch zu größeren Geschwindigkeiten problemlos möglich.

Die Remigration im Tiefenbereich ist nur mit gewissen Einschränkungen anwendbar. Der Frequenzgehalt des Datensatzes ändert sich erwartungsgemäß mit sich ändernder Geschwindigkeit: Er nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit ab und umgekehrt. Das implementierte FD-Verfahren neigt deshalb für abnehmende Geschwindigkeiten stark zur Instabilität. Ein weiteres Problem ist die überwiegend vertikale Propagation der abgebildeten Reflektoren im Tiefenbereich. Der Rechenraum muß so groß gewählt werden, daß alle abzubildenden Reflektoren in jedem Geschwindigkeitsschritt vollständig im Inneren des Rechenraumes liegen. Falls dies nicht der Fall ist, verschwinden die betroffenen Reflektoren am Rand des betrachteten Gebiets und verursachen dabei wegen des semi-expliziten Charakters der FD-Schemata auch noch Artefakte.

Für rein kinematische Betrachtungen und homogene Modelle lassen sich Datensätze sehr einfach vom Zeit- in den Tiefenbereich und umgekehrt transformieren. Insofern kann im Prinzip jedes Remigrationsproblem im Zeitbereich gelöst und anschließend in den Tiefenbereich transformiert werden, so daß die Einschränkungen der Remigration im Tiefenbereich umgangen werden. Da die Transformation zwischen den Domänen geschwindigkeitsabhängig ist, kann nicht das gesamte Ergebnis der Zeitremigration transformiert werden. Stattdessen müssen die einzelnen remigrierten Sektionen für jede einzelne Geschwindigkeit separat transformiert werden.

6.2 NMO, DMO und MZO

Die Kaskadierung von NMO und DMO mit anschließender Stapelung liefert für die verwendeten homogenen Modelle die erwarteten Ergebnisse: Die unabhängig voneinander für jeden ursprünglichen *offset* berechneten *zero-offset section* entsprechen kinematisch ziemlich exakt der tatsächlichen *zero-offset section*. Da die NMO und die Stapelung in konventioneller Weise erfolgen, kann auf ihre weitere Beschreibung hier verzichtet werden.

Der eigentliche Propagationsprozeß findet bei der DMO statt und ist numerisch ausgesprochen stabil. Das implementierte Verfahren produziert keine nennenswerten Artefakte, lediglich die Amplituden klingen mit abnehmendem *offset* dispersionsbedingt ab. Dies bewirkt bei der implementierten ungewichteten Stapelung, daß der Einfluß der einzelnen *common-offset gather* auf das gestapelte Ergebnis mit zunehmendem *offset* abnimmt. Durch eine gewichtete Stapelung läßt sich dieser Effekt beeinflussen.

Wie bei der Remigration sollte es mit genaueren FD-Operatoren und kleineren Diskretisierungsintervallen möglich sein, die Dispersionseffekte zu reduzieren. Bei der DMO werden jedoch nur die Amplituden durch die Dispersion beeinflußt. Im Gegensatz zur Remigration entstehen keine Artefakte, die kinematisch relevant sind.

Die DMO liefert mit geringem Aufwand an Rechenzeit eine große Zahl von Abbildern für den gesamten *offset*-Bereich $h_{\max} > h \geq 0$. Auch hier ist es möglich, die quasi kontinuierliche Propagation der seismischen Abbilder in der fiktiven (ξ, τ) -Domäne zu beobachten. Die Empfindlichkeit des Abbilds gegenüber *offset*-Veränderungen kann somit beurteilt werden.

Die MZO-Prozeß ohne zusätzliche Bearbeitung der Daten hat sich in allen untersuchten Fällen als instabil erwiesen, ohne daß dabei eine nennenswerte Abhängigkeit von Parametern wie den Diskretisierungsintervallen zu beobachten war. Nach starker Vereinfachung der Problemstellung für ein 1D Modell, bei dem die MZO in eine NMO übergehen sollte, zeigen sich zwei Phänomene: Zum einen ergeben sich zu große Laufzeiten verglichen mit den analytischen Werten der NMO, d. h., die Propagation verläuft zu „langsam“, zum anderen erhöht sich der Frequenzgehalt des Datensatzes mit abnehmendem *offset*.

Daß die verwendeten FD-Schemata bei steigendem Frequenzgehalt zur Instabilität neigen, hat sich bereits bei der Remigration im Tiefenbereich gezeigt. Dort war die beobachtete

Veränderung des Frequenzgehaltes jedoch zu erwarten, während bei der MZO die Ursache dieses Effekts unklar ist.

Durch Unterdrücken hoher Frequenzen mittels eines Glättungsoperators läßt sich die Stabilität der MZO erzwingen, wobei dazu ein Glättungsparameter empirisch bestimmt werden muß. Durch die Glättung „verlangsamt“ sich die Propagation der seismischen Abbilder jedoch noch mehr, die ohnehin schon zu großen Laufzeiten weichen noch mehr vom analytischen Wert ab. Demzufolge ist die MZO auch bei erzwungener Stabilität des Prozesses nicht anwendbar.

Ähnlich wie bei der Remigration, bei der die Probleme im Tiefenbereich durch Transformation in den Zeitbereich umgangen werden können, kann anstelle der MZO auch die DMO verwendet werden. Die Transformation zwischen der (ξ, t) - und der (ξ, τ) -Domäne wird durch die NMO beschrieben. In Analogie zur Remigration können die DMO-korrigierten Sektionen für jeden einzelnen *offset* mittels einer inversen NMO in die (ξ, t) -Domäne zurücktransformiert werden.

Damit ist es auch ohne MZO möglich, nicht nur *zero-offset sections* zu simulieren, sondern auch *common-offset sections* für einen beliebigen *offset* h .

6.3 Ausblick

Die vorgestellten Verfahren bieten zahlreiche Möglichkeiten für weitere Forschungsarbeiten. Einige davon sind im folgenden in wenigen Stichworten beschrieben:

- Erweiterung der Theorie auf einfache inhomogene Medien
- Lösung der Anfangswertprobleme mit anderen Verfahren, z. B. im Spektralbereich
- Verwendung genauerer FD-Schemata
- Aufwendigere Behandlung von Randwerten während des Prozesses, z. B. mittels absorbierender Ränder
- Effizientere Implementierung, wobei sich die FD-Schemata gut zur parallelisierten Verarbeitung eignen

Die Strategie, seismische Abbildungsprobleme als Wellenausbreitungsphänomene aufzufassen, läßt sich möglicherweise auch auf andere als die hier beschriebenen Abbildungsprobleme anwenden.

Abbildungsverzeichnis

1.1	a) Strahlen und Wellenfronten in einem homogenen akustischen Medium, b) zeitmigrierte Abbilder eines Punktes für verschiedene konstante Geschwindigkeiten. Die Wellenfronten sind teilweise nicht vollständig dargestellt.	4
2.1	a) Konstruktion der explodierenden Huygens-Welle für die Remigration im Tiefenbereich, b) Schnappschüsse der Huygens-Welle für verschiedene Geschwindigkeiten.	10
2.2	Konstruktion einer <i>image wavefront</i> für die Remigration im Tiefenbereich.	11
2.3	a) Schnappschüsse der Huygens-Welle für verschiedene Geschwindigkeiten im Zeitbereich, b) Konstruktion einer <i>image wavefront</i> für die Remigration im Zeitbereich.	14
2.4	a) Konstruktion der implodierenden Huygens-Welle für das MZO-Problem, b) Schnappschüsse der Huygens-Welle für verschiedene <i>offsets</i>	18
2.5	Konstruktion einer MCO <i>image wavefront</i> für einen <i>offset</i>	19
2.6	a) Schnappschüsse der DMO Huygens-Welle für verschiedene <i>offsets</i> . b) Konstruktion einer <i>image wavefront</i> für das inverse DMO-Problem.	22
3.1	Mögliche Anwendung des NMO/DMO/MZO-Programms.	33
4.1	Zweidimensionales Modell mit Dichtekontrasten und $v = 5$ km/s.	36
4.2	Synthetischer 2D-Datensatz: a) <i>Zero-offset section</i> , b) <i>pseudo zero-offset section</i> nach zweimaliger Remigration.	37
4.3	Synthetischer 2D Datensatz: Ergebnisse für $v = 5$ km/s durch a) Zeitremigration, b) <i>phase shift migration</i> , c) Migration in der $t-k$ -Domäne und d) Kirchhoff-Migration im Zeitbereich.	38

4.4	Synthetischer 2D Datensatz: Zeitremigrierte Sektion bei $v =$ a) 480, b) 960, c) 1440, d) 1920, e) 2400, f) 2880, g) 3360, h) 3840, i) 4320, j) 4800, k) 5280 und l) 5760 m/s.	40
4.5	Synthetischer 2D-Datensatz: a) Ergebnis einer <i>phase shift migration</i> mit $v = 4$ km/s nach Transformation in den Tiefenbereich, b) Ergebnis der Tiefenremigration für $v = 5$ km/s mit unterlegtem Modell.	41
4.6	Synthetischer 2D Datensatz: Tiefenremigrierte Sektion bei $v =$ a) 4240, b) 4400, c) 4560, d) 4720, e) 4880, f) 5040, g) 5200, h) 5360, i) 5520, j) 5680, k) 5840 und l) 6000 m/s.	42
4.7	Synthetischer 2D Datensatz: a) Detail aus dem Ergebnis einer <i>phase shift migration</i> für $v = 5.2$ km/s nach Transformation in den Tiefenbereich, Details der tiefenremigrierten Sektionen für b) 5.18 und c) 5.16 km/s.	43
4.8	Marmousi 3D <i>overthrust model</i> : a) Gesamtansicht und b) Schnitt längs der Profillinie des verwendeten 2D Datensatzes.	44
4.9	Marmousi 3D <i>overthrust model</i> : Anordnung der vorhandenen <i>zero-offset traces</i>	45
4.10	Marmousi 2D Datensatz: <i>Zero-offset section</i>	46
4.11	Marmousi 2D Datensatz: Zeitremigrierte Sektion bei $v =$ a) 240, b) 480, c) 720, d) 960, e) 1200, f) 1440, g) 1680, h) 1920, i) 2160, j) 2400, k) 2640 und l) 2880 m/s.	47
4.12	Marmousi 3D <i>overthrust model</i> : a) Ansicht des asymmetrischen 3D <i>zero-offset</i> -Datensatzes, b) Ansicht des Schnappschusses für $v = 2.4$ km/s aus dem Ergebnis der Zeitremigration.	49
4.13	Marmousi 3D <i>overthrust model</i> : a) Ansicht des symmetrischen 3D <i>zero-offset</i> -Datensatzes, b) Ansicht des Schnappschusses für $v = 2.4$ km/s aus dem Ergebnis der Zeitremigration.	51
4.14	Meßvorrichtungen: Links am Ausleger der <i>sonic boomer</i> , in der Mitte das Hydrophon. Energieversorgung und Rechner befinden sich im Boot.	52
4.15	Culmitzsch A Profil 1560: Anordnung der <i>common-midpoints</i> . Das Dreieck markiert die erste Spur.	53
4.16	Datensatz Culmitzsch A: Zeitmigrierte Sektion für $v = 1.3$ km/s. Das Profil ist teilweise gekrümmt.	54
4.17	Datensatz Culmitzsch A: Ausschnitt aus der zeitmigrierten Sektion für $v = 1.3$ km/s.	55

4.18	Datensatz Culmitzsch A: Zeitremigrierte Sektion bei $v =$ a) 240, b) 480, c) 720, d) 960, e) 1200, f) 1440, g) 1680, h) 1920, i) 2160, j) 2400, k) 2640 und l) 2880 m/s.	56
5.1	a) Modell mit domartiger Struktur, b) <i>common-offset gather</i> für $h = 100$ m zu diesem Modell.	60
5.2	Schnitt durch den <i>common-offset</i> -Datensatz a) vor und b) nach der NMO-Korrektur in einem horizontalen Reflektorabschnitt.	60
5.3	Schnitt durch den <i>common-offset</i> -Datensatz a) nach NMO-Korrektur und b) nach anschließender Anwendung des DMO-Prozesses in einem geneigten Reflektorabschnitt.	61
5.4	<i>Post-stack snapshots</i> eines DMO-Prozesses bei $h =$ a) 367, b) 333, c) 300, d) 267, e) 233, f) 200, g) 167, h) 133, i) 100, j) 67, k) 33 und l) 0 m.	62
5.5	<i>Common-offset gather</i> des verrauschten Datensatzes bei a) $h=88$ und b) 188 m.	63
5.6	<i>Post-stack snapshots</i> eines DMO-Prozesses bei $h =$ a) 171, b) 156, c) 141, d) 125, e) 109, f) 94, g) 78, h) 63, i) 47, j) 31, k) 16 und l) 0 m.	64
5.7	a) Ausschnitt aus den <i>pre-stack MZO snapshots</i> ohne Glättung, b) <i>pre-stack snapshots</i> der MZO mit Glättung.	65
5.8	<i>Post-stack snapshots</i> eines MZO-Prozesses bei $h =$ a) 367, b) 334, c) 302, d) 269, e) 236, f) 203, g) 170, h) 138, i) 105, j) 72, k) 39 und l) 6 m. Es tritt keine konstruktive Interferenz der einzelnen <i>common-offset gather</i> auf.	68
B.1	Der Glättungsoperator für verschiedene Parameterwerte s	85

Die Photographie in Abb. 4.14 ist während einer Messung in der Nähe von Hagenbach/Südpfalz entstanden und wurde mit freundlicher Genehmigung von Herrn Wolfgang Schott bei DMT GeoTec verwendet.

DMT GeoTec – Geo-Engineering in Bochum ist ein Geschäftsbereich der DMT – Gesellschaft für Forschung und Prüfung mbH, Essen, einem Unternehmen der CUBIS-Gruppe.

Literaturverzeichnis

- [Bel90] Michael Beleites. *Altlast Wismut. Ausnahmezustand, Umweltkatastrophe und das Sanierungsproblem im deutschen Uranbergbau*. Brandes und Apsel, Frankfurt, 1990.
- [DTR] Joe Dellinger, Sándor Tálás, and James Rickett. A tour of SEPlib for new users. Stanford Exploration Project.
- [Gol89] S. V. Goldin. Method of discontinuities and theoretical problems of migration. In *59th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, volume 89, page 1326, 1989.
- [Gol90] S. V. Goldin. A geometrical approach to seismic processing: The method of discontinuities. Technical Report 67, Stanford Exploration Project, 1990.
- [Gol93] S. V. Goldin. A general theory of seismic imaging. In *55th Mtg. Eur. Assoc. Expl. Geophys., Abstracts*, volume 93, page Session:P119, 1993.
- [Han95] Christian Hanitzsch. *AMIG – Amplitude-preserving migration. Software package documentation*. Geophysikalisches Institut der Universität Karlsruhe, 1995.
- [HST96] P. Hubral, J. Schleicher, and M. Tygel. A unified approach to 3-D seismic reflection imaging, Part I: Basic concepts. *Geophysics*, 61(3):742–758, 1996.
- [HTS96] P. Hubral, M. Tygel, and J. Schleicher. Seismic image waves. *Geophys. Journ. Intern.*, 125:431–442, 1996.
- [Hub77] Peter Hubral. Time migration - some ray theoretical aspects. *Geophys. Prosp.*, 25(4):738–745, 1977.
- [JSH96] M. S. Jaya, J. Schleicher, and P. Hubral. Poststack time remigration. In *58th Mtg. Eur. Assoc. Expl. Geophys., Extended Abstracts*, 1996. Session X017.
- [LB87] K. Larner and C. Beasley. Cascaded migrations - improving the accuracy of finite-difference migration *. *Geophysics*, 52(5):618–643, 1987.
- [LH95a] F. Liptow and Peter Hubral. Migrating around in circles. *The Leading Edge*, 14(11):1125–1127, 1995.

- [LH95b] Frank Liptow and Peter Hubral. Kinematic operators in seismic reflection imaging. In *57th Mtg. Eur. Assoc. Expl. Geophys., Extended Abstracts*, volume 95, Session P093, 1995.
- [Man96] Jürgen Mann. Möglichkeiten der Ableitung räumlicher Verteilungen petrophysikalischer / bodenmechanischer Parameter aus hydroakustischen Meßdaten — Erster Zwischenbericht zum Studienauftrag vom 06.02.1996. Geophysikalisches Institut der Universität Karlsruhe, 1996.
- [Man97a] Jürgen Mann. Möglichkeiten der Ableitung räumlicher Verteilungen petrophysikalischer / bodenmechanischer Parameter aus hydroakustischen Meßdaten — Zweiter Zwischenbericht zum Studienauftrag vom 06.02.1996. Geophysikalisches Institut der Universität Karlsruhe, 1997.
- [Man97b] Jürgen Mann. Möglichkeiten der Ableitung räumlicher Verteilungen petrophysikalischer / bodenmechanischer Parameter aus hydroakustischen Meßdaten — Dritter Zwischenbericht zum Studienauftrag vom 06.02.1996. Geophysikalisches Institut der Universität Karlsruhe, 1997.
- [MJ97a] Jürgen Mann and Makky S. Jaya. 3D finite-difference post-stack time and depth remigration. In *59th Mtg. Eur. Assoc. Expl. Geophys., Extended Abstracts*, Session A21, 1997.
- [MJ97b] Jürgen Mann and Makky S. Jaya. Zeit- und Tiefenremigration in homogenen Geschwindigkeitsmodellen: Neuimplementierung und Anwendung auf synthetische Zero-Offset-Datensätze. In *57. Jahrestagung d. Deut. Geophys. Ges., Abstracts*, Session SK27, 1997.
- [Pau91] Reimar Paul. *Das Wismut Erbe. Geschichte und Folgen des Uranbergbaus in Thüringen und Sachsen*. Die Werkstatt, Göttingen, 1991.
- [PTVF86] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical recipes in Fortran: The art of scientific computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [RLR85] D. H. Rothman, S. A. Levin, and F. Rocca. Residual migration - applications and limitations. *Geophysics*, 50(1):110–126, 1985.
- [SMBN95] W. Schott, T. M. McGee, H. J. Boeck, and A. Neudert. High-resolution acoustic investigation of a mine tailings pond. In *Proceedings of 1st meeting of Environmental and Engineering Geophysics*, 1995.
- [TSH94a] Martin Tygel, Jörg Schleicher, and Peter Hubral. Pulse distortion in depth migration *. *Geophysics*, 59(10):1561–1569, 1994.
- [TSH94b] Martin Tygel, Jörg Schleicher, and Peter Hubral. Pulse distortion in depth migration. In *64th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, volume 94, pages 1359–1362, 1994.

- [TSH96] M. Tygel, J. Schleicher, and P. Hubral. A unified approach to 3-D seismic reflection imaging, Part II: Theory. *Geophysics*, 61(3):759–775, 1996.
- [Yil87] Özdoğan Yilmaz. *Seismic data processing*. Soc. Expl. Geophys., Tulsa, 1987.

Anhang A

Herleitung der FD-Operatoren

Entwickelt man eine Funktion $u(s)$ in eine Taylorreihe um s_0 und berücksichtigt nur Terme bis zur ersten Ordnung, ergibt sich ein FD-Operator erster Ordnung für die erste Ableitung von u :

$$u(s_0 + h) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^n}{n!} \left. \frac{\partial^n u}{\partial s^n} \right|_{s_0} = u(s_0) + h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + o(h^2) \quad (\text{A.1})$$

$$\Rightarrow \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} \approx \frac{u(s_0 + h) - u(s_0)}{h} \quad (\text{A.2})$$

Mit demselben Ansatz und Berücksichtigung von Termen bis zur zweiten Ordnung ergeben sich die beiden folgenden Gleichungen:

$$u(s_0 + h) \approx u(s_0) + h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + \frac{h^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} \quad (\text{A.3})$$

$$u(s_0 - h) \approx u(s_0) - h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + \frac{h^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} \quad (\text{A.4})$$

Aus der Summe der beiden Gleichungen (A.3) und (A.4) folgt ein FD-Operator zweiter Ordnung für die zweite Ableitung von u :

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} \approx \frac{u(s_0 - h) - 2u(s_0) + u(s_0 + h)}{h^2} \quad (\text{A.5})$$

Um schließlich noch einen FD-Operator vierter Ordnung für zweite Ableitungen zu erhalten, werden folgende Ausdrücke bis zu Termen vierter Ordnung entwickelt:

$$u(s_0 + h) \approx u(s_0) + h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + \frac{h^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} + \frac{h^3}{6} \left. \frac{\partial^3 u}{\partial s^3} \right|_{s_0} + \frac{h^4}{24} \left. \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} \right|_{s_0} \quad (\text{A.6})$$

$$u(s_0 - h) \approx u(s_0) - h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + \frac{h^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} - \frac{h^3}{6} \left. \frac{\partial^3 u}{\partial s^3} \right|_{s_0} + \frac{h^4}{24} \left. \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} \right|_{s_0} \quad (\text{A.7})$$

$$u(s_0 + 2h) \approx u(s_0) + 2h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + 2h^2 \left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} + \frac{4h^3}{3} \left. \frac{\partial^3 u}{\partial s^3} \right|_{s_0} + \frac{2h^4}{3} \left. \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} \right|_{s_0} \quad (\text{A.8})$$

$$u(s_0 - 2h) \approx u(s_0) - 2h \left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s_0} + 2h^2 \left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} - \frac{4h^3}{3} \left. \frac{\partial^3 u}{\partial s^3} \right|_{s_0} + \frac{2h^4}{3} \left. \frac{\partial^4 u}{\partial s^4} \right|_{s_0} \quad (\text{A.9})$$

Multipliziert man die Gleichungen (A.6) und (A.7) mit 16, addiert sie und subtrahiert davon die Gleichungen (A.8) und (A.9), wird $\frac{\partial^4 u}{\partial s^4}$ eliminiert. Die diskrete Näherung für die zweite Ableitung lautet dann:

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right|_{s_0} \approx \frac{-u(s_0 - 2h) + 16u(s_0 - h) - 30u(s_0) + 16u(s_0 + h) - u(s_0 + 2h)}{12h^2} \quad (\text{A.10})$$

Gemischte Ableitungen können durch zweimaliges Approximieren gemäß Gleichung (A.2) berechnet werden. Für eine Funktion $v(s, t)$ ergibt sich damit

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial s \partial t} \right|_{(s_0, t_0)} &= \left. \frac{\partial}{\partial t} \left(\left. \frac{\partial v}{\partial s} \right|_{s_0} \right) \right|_{t_0} \\ &\approx \left. \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v(s_0 + h, t) - v(s_0, t)}{h} \right) \right|_{t_0} \\ &\approx \frac{v(s_0 + h, t_0 + k) - v(s_0 + h, t_0) - v(s_0, t_0 + k) + v(s_0, t_0)}{hk} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

als FD-Operator erster Ordnung.

Anhang B

Glättungsoperator für die MZO

Die in Abschnitt 5.2 gezeigten numerischen Experimente haben die Instabilität der MZO unter allen getesteten Bedingungen ergeben. Hochfrequente Artefakte treten bereits nach wenigen *offset*-Schritten auf und verstärken sich explosionsartig. Um die Stabilität des MZO-Prozesses zu erzwingen, wurde zusätzlich ein Glättungsoperator eingeführt. Der Operator wird nach jedem *offset*-Schritt des MZO-Prozesses spurweise angewendet.

Der Glättungsoperator hat die Breite $2\Delta t$ und bildet für jedes *sample* eine Linearkombination aus diesem *sample* und seinen beiden nächsten Nachbarn längs jeder einzelnen Spur. Die Form des Operators wird über einen Parameter $0 \leq s \leq 1$ gesteuert. Seine Anwendung entspricht der Faltung jeder Spur mit einem (ggf. seitlich abgeschnittenen) Dreieck bzw. für $s = 1$ mit einem Rechteck. Der Operator ist in Abb. B.1 für einige Parameterwerte dargestellt. Als Gleichung läßt er sich wie folgt darstellen:

$$\hat{p}_{i,j}^l = (s p_{i-1,j}^l + p_{i,j}^l + s p_{i+1,j}^l) / (1 + 2s) \quad \forall i, j \quad (\text{B.1})$$

Der Glättungsoperator (B.1) beeinflusst die Stabilität des MZO-Prozesses drastisch. Der Prozeß konnte in jedem bislang getesteten Fall stabilisiert werden, die Glättung wirkt sich allerdings auch auf die resultierenden Laufzeiten aus. Dies und die Tatsache, daß der entsprechende Parameter s für jede Anwendung empirisch ermittelt werden muß, lassen diese Lösung recht unbefriedigend erscheinen.

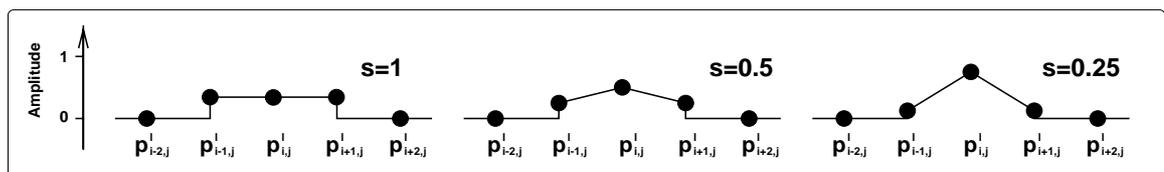


Abbildung B.1: Der Glättungsoperator für verschiedene Parameterwerte s

Anhang C

Verwendete Hard- und Software

Die vorgestellten Programme wurden auf einer SILICON GRAPHICS POWER CHALLENGE L unter IRIX 6.2 mit derzeit 4 Prozessoren implementiert. Interaktive Arbeiten wurden auf SILICON GRAPHICS O2-Workstations unter IRIX 6.3 und HEWLETT PACKARD-Workstations der Serie 700 unter HP-UX 9.0 durchgeführt.

Als Programmiersprache wurde anfänglich Ratfor, für die neueren Implementierungen Fortran90 verwendet. Parameterbehandlung sowie die Ein- und Ausgabe wurden mit Hilfe von Programmen des SEPlib-Pakets des Stanford Exploration Project realisiert.

Für die 2D Darstellung der seismischen Datensätze wurden verschiedene Programme des Seismic Unix-Pakets des Center of Wave Phenomena an der Colorado School of Mines benutzt, die 3D Darstellungen wurden mit dem Application Visualization System (AVS) von Advanced Visual Systems realisiert.

Die analytischen Darstellungen im Abschnitt 2 sind mittels eigener Programme in der Interactive Data Language (IDL) von Research Systems erstellt worden. In dieser Programmiersprache sind auch weitere Programme zur Interpolation von Datensätzen und zur Skalierung vierdimensionaler Remigrationsergebnisse verfaßt worden.

Die meisten verwendeten synthetischen Datensätze und konventionellen Migrationsergebnisse wurden mit Programmen des Seismic Unix-Pakets erstellt. Weitere synthetische Datensätze wurden mit Hilfe des AMIG-Pakets [Han95] generiert.

Die vorliegende Arbeit wurde mit L^AT_EX 2_ε unter Verwendung verschiedener Erweiterungen erstellt, das Literaturverzeichnis wurde mit B_IB_TE_X generiert.

Ferner wurden zahlreiche weitere eigene und *public domain* Programme verwendet, die hier nicht alle im Einzelnen genannt werden können.

Anhang D

Danksagung

Mein Dank gilt an erster Stelle meinem Referenten Prof. Dr. Peter Hubral und dem Koreferenten Prof. Dr. Sergei Shapiro, die diese Arbeit durch ihre Anregungen und ihre konstruktive Kritik wesentlich unterstützt haben.

Dr. Makky S. Jaya danke ich für die intensive und fruchtbare Zusammenarbeit, vor allem im Bereich der Remigrationsprobleme.

Dipl.-Geophys. Wolfgang Schott und DMT GeoTec (siehe auch Seite 77) haben diese Arbeit durch einen begleitenden Studienauftrag und die Bereitstellung realer Datensätze und Software maßgeblich unterstützt. In diesem Zusammenhang möchte ich auch Dr. Xiao-Ping Li danken, der mich in vielen technischen Fragen und Verwaltungsangelegenheiten beraten und den erwähnten Studienauftrag eingefädelt hat.

Schließlich möchte ich mich auch bei allen Kommilitonen und Angestellten des Geophysikalischen Instituts bedanken, die mir auf vielfältige Weise durch Kritik, Ratschläge, Programme, Korrekturlesen u. v. a. geholfen haben.